



Faglig kontakt under eksamen:
Haaken A. Moe

EKSAMEN I DISKRET MATEMATIKK (MA0301)

Tirsdag 6. juni 2006
Tid: 09.00 – 13.00
Sensur 27. juni 2006

Hjelpemidler:
Bok: Ralph Grimaldi, Discrete and combinatorial mathematics
Kalkulator: HP30S

Alle svar skal begrunnes

Oppgave 1 a) Sett opp en sannhetsverditabell(truth table) for det logiske uttrykket

$$(p \rightarrow q) \rightarrow r.$$

b) Benytt slutningsreglene(rules of inference) til å vise at følgende slutning er gyldig:

$$p \rightarrow (q \rightarrow r)$$

$$p \vee s$$

$$t \rightarrow q$$

$$\neg s$$

$$\therefore \neg r \rightarrow \neg t$$

Oppgave 2 Chewbacca har av en eller annen grunn fått det for seg at han skal finne ut hvor mange ord det kan finnes i wookiee. Språket wookiee har et ganske begrenset antall lyder/bokstaver, så alfabetet han har å arbeide med består bare av 9 tegn, a, e, i, n, o, r, u, w og y. Å finne det totale antall ord er vanskelig, men vi skal hjelpe Chewbacca et stykke på veien.

- Hvor mange forskjellige ord på 7 lyder/bokstaver finnes hvis hver lyd/bokstav skal brukes maksimalt en gang i hvert ord?
- Hvor mange forskjellige ord på to lyder/bokstaver finnes det?
- Wookiee er kjent for sine lange lyder. Hvor mange ord på 5 lyder/bokstaver finnes det, hvis alle ordene må inneholde nnn, det vil si minst 3 sammenhengende n'er?

Oppgave 3 Konstruer og tegn en endelig tilstands maskin(finite state machine) som med inputalfabet $\mathcal{I} = \{0, 1\}$ og outputalfabet $\mathcal{O} = \{0, 1\}$ gjenkjenner(recognizes) sekvenser på formen 00101.

Oppgave 4 La $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \times \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Definer en relasjon(relation) \mathcal{R} på M ved at $(x_1, y_1)\mathcal{R}(x_2, y_2)$ dersom $x_1y_1 = x_2y_2$. For eksempel er det ordna paret $((1, 4), (2, 2)) \in \mathcal{R}$.

- Skriv opp, ved å bruke ordnede par(ordered pairs), en eller annen ikke-tom relasjon på M .
- Er relasjonen du skrev opp symmetrisk(symmetric)?
- Vis at \mathcal{R} er en ekvivalens-relasjon(equivalence relation) på M .
- Hva er ekvivalensklassen(equivalence class) til $(3, 2)$, altså $[(3, 2)]$, gitt av \mathcal{R} ?

Oppgave 5 Bruk matematisk induksjon til å vise at for alle heltall $n \geq 1$, så er

$$\sum_{i=1}^n \frac{2^i}{2} = 2^n - 1.$$

Oppgave 6 a) Er disse to grafene isomorfe(isomorphic)?



- Finne 11 løkke-frie(loop-free) ikke-isomorfe uretta(non-directed) grafer med 4 hjørner.
- Vis at de 11 grafene du fant i b) er *alle* mulige løkke-frie ikke-isomorfe uretta grafer med 4 hjørner. Tips: tell kanter.