Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Bokmål

Faglig kontakt under eksamen: Øyvind Bakke
Telefon: 73 59 81 26, 990 41 673

MA0301 Elementær diskret matematikk

Mandag 6. desember 2010 kl. 9–13

Hjelpemidler: Ingen trykte eller skrevne hjelpemidler tillatt. Kalkulator HP 30s eller Citizen SR-270X

Sensur: 6. januar 2011

I vurderingen teller hver av de ti oppgavene likt.

I tillegg til avsluttende eksamen teller midtsemesterprøve med 20 % hvis dette er til fordel for kandidaten.

Om ikke annet er sagt, **skal alle svar begrunnes** (for eksempel ved at mellomregning tas med eller ved henvisning til teori eller eksempler fra pensum).

Oppgave 1

På hvor mange måter er det mulig å lage en komite som består av to jenter og to gutter i en skoleklasse med 13 jenter og 17 gutter?

Oppgave 2

Hva er koeffisienten foran $x^{97}y^3$ når vi ganger ut $(x-y)^{100}$?

Oppgave 3

Er $(p \land (q \lor (p \to r))) \leftrightarrow ((p \land q) \lor r)$ en tautologi?

Oppgave 4

Gitt en endelig mengde A, der $1 \in A$, og der 1 er element i en tredjedel av alle delmengder av kardinalitet 4 av A. Hva er kardinaliteten til A?

Oppgave 5

Vis *ved induksjon* at summen av de n minste positive oddetallene er n^2.

Oppgave 6

Funksjonen $f\colon \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ er definert ved at $f(x) = (3x+1)^2$ for alle $x \in \mathbb{Z}$. Er f énentydig (injektiv)? Er f *på* $\mathbb{Z}$ (surjektiv)?

Oppgave 7

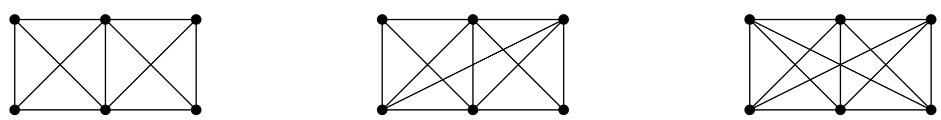
Konstruer en endelig tilstandsmaskin der både inndataalfabet og utdataalfabet er $\{0,1\}$, og som gir utdata 1 når to inndatasymboler på rad er forskjellige og utdata 0 ellers. For eksempel skal inndatastrengen 11101001 gi utdatastrengen 00011101.

Oppgave 8

Gitt relasjonen $\mathcal{R} = \{(a,b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid a - b \text{ er delelig med } 3\}$ på $\mathbb{Z}$. Avgjør om $\mathcal{R}$ er refleksiv, symmetrisk, antisymmetrisk og/eller transitiv. Finn ekvivalensklassene til $\mathcal{R}$ hvis $\mathcal{R}$ er en ekvivalensrelasjon.

Oppgave 9

Avgjør hvilke av de tre grafene (om noen) som er planare (hjørnene er de markerte punktene).



Oppgave 10

Finn korteste vei fra a til f og lengden av denne ved å bruke Dijkstras algoritme. Svaret skal ikke begrunnes, men alle merkene som settes ved hjørnene skal oppgis (fra venstre til høyre eller ovenfra og ned for hvert hjørne).