MA0301 2010H. Løsningsforslag

1. $\binom{13}{2}\binom{17}{2} = \frac{13\cdot 12}{2}\cdot\frac{17\cdot 16}{2} = 10608$

2. $(-1)^3\binom{100}{97} = -\binom{100}{3} = -\frac{100\cdot 99\cdot 98}{2\cdot 3} = -161700$

3. Nei. Venstre side er usann når p er usann, men høyre side er sann når p er usann og r er sann. Kan også ses med sannhetsverditabell.

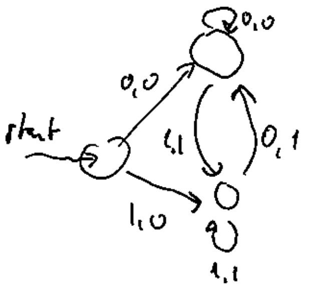
4. Anta $|A|=n$. Antall delmengder med 4 element: $\binom{n}{4}$. Antall delmengder med 4 element der 1 er med = antall delmengder av en mengde med $n-1$ elementer med 3 element $= \binom{n-1}{3}$. Det er oppgitt at $\frac{1}{3} = \frac{\binom{n-1}{3}}{\binom{n}{4}} = \frac{\frac{(n-1)!}{(n-4)!\,3!}}{\frac{n!}{(n-4)!\,4!}}$ ~~$= \frac{(n-4)!\,4!}{(n-3)!\,3!} = \frac{4}{n-3}$~~,

~~dvs. $n-3 = 3\cdot 4$, $n=15$.~~ $= \frac{4}{n}$, $n=12$

5. $1=1^2$, ok. Anta $1+3+\cdots+(2k-1)=k^2$. Skal vise $1+3+\cdots+(2k+1)=(k+1)^2$.
$1+\cdots+(2k+1) = k^2 + 2k+1 = (k+1)^2$.

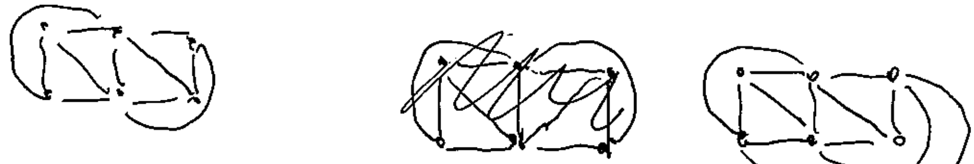
6. Anta $f(x)=f(y)$, $(3x+1)^2=(3y+1)^2$, $3x+1=3y+1$ el. $3x+1=-3y-1$,
dvs. $x=y$ el. $\underbrace{3(x+y)=-2}_{\text{umulig}}$. Entydig. Ikke på, $f(x)\neq -1$ for alle x.

7.



8. Refleksiv: $0=a-a$ delelig med 3 for alle a.
Symmetrisk: $a-b$ delelig med 3 $\Rightarrow$ $b-a$ delelig med 3.
Trans.: $a-b$ delelig med 3 og $b-c$ delelig med 3:
$a-b=3s$, $b-c=3t$, så $a-c=3(s+t)$ dvs delelig med 3.
IKKE antisymm.: $0-3$ delelig med 3 og $3-0$ delelig med 3, men $3\neq 0$.
Ekv.klasser: $[0]=\{\ldots,-3,0,3,6,\ldots\}$, $[1]=\{\ldots,-2,1,4,\ldots\}$, $[2]=\{\ldots,-1,2,5,\ldots\}$

9.



De to første er planare.

Ikke den siste – inneholder $K_{3,3}$.

10. Se løsningsf. oppg. 10 2010V.