Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Bokmål

Faglig kontakt under eksamen: Øyvind Bakke
Telefon: 73 59 81 26, 990 41 673

MA0301 Elementær diskret matematikk

Tirsdag 1. juni 2010 kl. 9–13

Hjelpemidler: Ingen trykte eller skrevne hjelpemidler tillatt. Kalkulator HP 30s eller Citizen SR-270X

Sensur: 22. juni 2010

I vurderingen teller hver av de ti oppgavene likt.

I tillegg til avsluttende eksamen teller midtsemesterprøve med 20 % hvis dette er til fordel for kandidaten.

Om ikke annet er sagt, **skal alle svar begrunnes** (for eksempel ved at mellomregning tas med eller ved henvisning til teori eller eksempler fra pensum).

Oppgave 1

På hvor mange måter er det mulig å fylle ut en tabell med 2 rader og 3 kolonner med heltall større enn eller lik 0 slik at summen av tallene i første rad er 5 og summen av tallene i andre rad er 6? Her er to ulike eksempler på slike tabeller:

$$\begin{matrix} 2 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 0 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} 0 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 0 \end{matrix}$$

Oppgave 2

Er $((p \to r) \wedge (\neg q \to p) \wedge \neg r) \to q$ en tautologi?

Oppgave 3

La $A_i = \{k \in \mathbb{Z} \mid 1 \leq k \leq i\}$, det vil si $A_1 = \{1\}$, $A_2 = \{1,2\}$, $A_3 = \{1,2,3\}$, ... Finn $\bigcup_{i=2}^{8} A_i$, $\bigcap_{i=2}^{8} A_i$, $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i$ og $\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i$,

Oppgave 4

Vis *ved induksjon* at enhver mengde av kardinalitet n (det vil si at mengden har n elementer), der n er et positivt heltall, har 2^n forskjellige delmengder.

Oppgave 5

La $A = \{0,1,2,3,4,5,6,7\}$ og $B = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8\}$. Funksjonen $f\colon A \to B$ er definert ved at $f(x) = \lfloor 5x/4 \rfloor$ for alle $x \in A$ ($\lfloor y \rfloor$ er største heltall mindre enn eller lik y). Er f énentydig (injektiv)? Er f *på* B (surjektiv)?

Oppgave 6

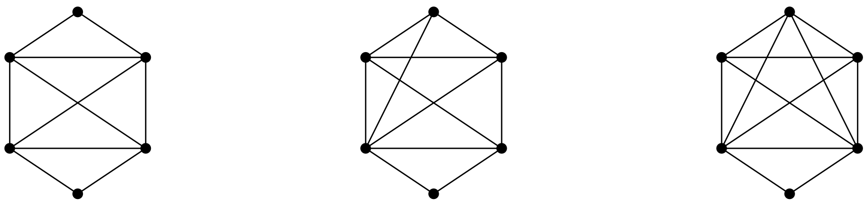
Gitt språket $A = \{1,\ 00\}$. Finn A^n for $n = 0$, 1, 2 og 3.

Oppgave 7

Gitt relasjonen $\mathcal{R} = \{(a,b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid a = b \text{ eller } a = -b\}$ på $\mathbb{Z}$. Avgjør om $\mathcal{R}$ er refleksiv, symmetrisk, antisymmetrisk og/eller transitiv. Finn ekvivalensklassene til $\mathcal{R}$ hvis $\mathcal{R}$ er en ekvivalensrelasjon.

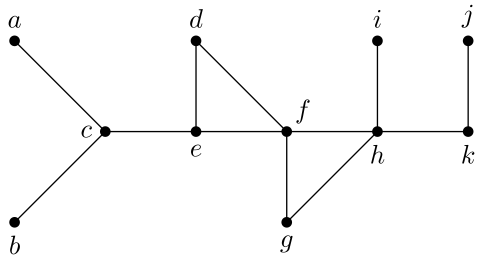
Oppgave 8

Avgjør hvilke av de tre grafene (om noen) som er planare (hjørnene er de markerte punktene).



Oppgave 9

Finn et utspennende tre for grafen ved dybde-først-søk. Ordningen av hjørnene er alfabetisk. Start med hjørne a. Svaret skal ikke begrunnes, men hjørnene skal navngis med samme navn som nedenfor.



Oppgave 10

Finn korteste vei fra a til f og lengden av denne ved å bruke Dijkstras algoritme. Svaret skal ikke begrunnes, men alle merkene som settes ved hjørnene skal oppgis (fra venstre til høyre eller ovenfra og ned for hvert hjørne).