Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Bokmål

Faglig kontakt under eksamen:
Torkil Utvik Stai (735 93 646 / 47 63 84 59)

Eksamen i Elementær diskret matematikk (MA0301)

Tirsdag 21. mai 2013
Tid: 0900 – 1300
Hjelpemiddelkode: D
Ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler tillatt. Bestemt, enkel kalkulator tillatt.
Alle svar skal begrunnes.

Oppgave 1

a) Hvor mange forskjellige ord er det mulig å danne med bokstavene i POTETSTAPPE? I hvor mange av disse ordene står de tre P-ene ved siden av hverandre?

b) Hvor mange ikke-negative heltallsløsninger har likningen $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 17$? Hvor mange av løsningene tilfredsstiller $x_2 \geq 2$?

Oppgave 2 Avgjør om

$$((a \to b) \wedge (a \to c)) \to (\neg c \to \neg b)$$

og

$$((p \wedge q) \to r) \Leftrightarrow (p \to (q \to r))$$

er tautologier.

Oppgave 3 Lag en endelig tilstandsmaskin med binær input og output som gir output 1 utelukkende når nøyaktig to av de tre siste inputsymbolene har vært 1-ere. (For eksempel skal inputstrengen 011011100 gi outputstrengen 001111010.)

Oppgave 4

a) Vis ved induksjon at

$$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$$

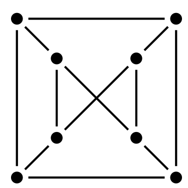
for alle $n \geq 1$.

b) 300 elever har fullført videregående skole, og på avslutningsfesten skal hver elev klemme alle de andre elevene. Hvor mange klemmer blir dette til sammen?

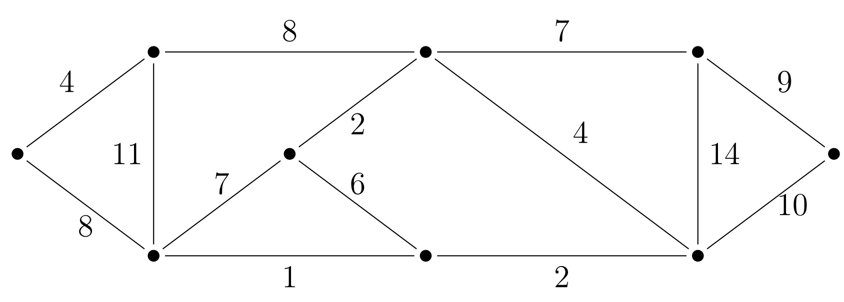
Oppgave 5

a) Er de følgende to grafene isomorfe?

b) Er den følgende grafen planar?



Oppgave 6 Finn et minimalt utspennende tre for den følgende vektede grafen ved å bruke enten Prims eller Kruskals algoritme. Oppgi i tillegg vekten av treet du finner og hvilken av algoritmene du har brukt.



Oppgave 7

a) Hva menes med en relasjon på en mengde? Forklar hva som menes med at en relasjon er refleksiv; transitiv; symmetrisk; antisymmetrisk. Hvilke av disse egenskapene definerer en delvis ordning?

b) La F betegne mengden av funksjoner $\mathbb{Z}^+ \to \mathbb{R}$. Definer relasjonen $\leq_{\mathcal{O}}$ på F ved

$$f \leq_{\mathcal{O}} g \Leftrightarrow \mathcal{O}(f) \subseteq \mathcal{O}(g).$$

Er $\leq_{\mathcal{O}}$ en delvis ordning? (Hint: Undersøk om $\leq_{\mathcal{O}}$ er antisymmetrisk. Husk at to funksjoner $f, g \in F$ er *like*, og vi skriver $f = g$, hvis $f(n) = g(n)$ for hver $n \in \mathbb{Z}^+$.)