NTNU
Institutt for datateknikk
og informasjonsvitenskap

Eksamensoppgave i TDT4120 Algoritmer og datastrukturer

Faglig kontakt under eksamen	Magnus Lie Hetland
Tlf.	91851949
Eksamensdato	15. august 2013
Eksamenstid (fra–til)	0900–1300
Hjelpemiddelkode	D. Ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler tillatt. Bestemt, enkel kalkulator tillatt.
Målform/språk	Bokmål
Antall sider	5
Antall sider vedlegg	0
Kontrollert av	Ole Edsberg

Dato Sign

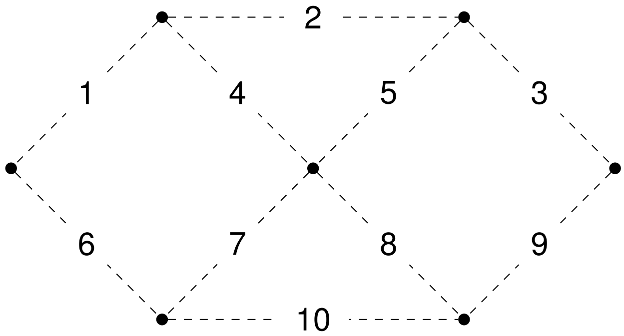
Merk! Studenter finner sensur i Studentweb. Har du spørsmål om din sensur må du kontakte instituttet ditt. Eksamenskontoret vil ikke kunne svare på slike spørsmål.

Les alle oppgavene før du begynner, disponer tiden og forbered spørsmål til faglærer ankommer lokalet. Gjør antagelser der det er nødvendig. Skriv kort og konsist på **angitt sted**. Lange forklaringer og utledninger som ikke direkte besvarer oppgaven tillegges liten eller ingen vekt.

Algoritmer kan beskrives med tekst, pseudokode eller programkode, etter eget ønske (med mindre annet er oppgitt), så lenge det klart fremgår hvordan den beskrevne algoritmen fungerer. Korte, abstrakte forklaringer kan være vel så gode som utførlig pseudokode, så lenge de er presise nok. Algoritmer som konstrueres bør generelt være så effektive som mulig, med mindre annet er opplyst. Kjøretider oppgis med asymptotisk notasjon, så presist som mulig. Alle deloppgavene teller like mye.

1. Betrakt den vektede, urettede grafen i svar-ruten, nedenfor. Tegn inn et minimalt spenntre for grafen. (Dvs., tegn over/«fyll inn» over de stiplede linjene med heltrukne linjer for å indikere kanter i spenntreet.)

Svar:



2. Anta at du har en komplett (urettet) graf med n noder. Du lager så en rettet, asyklisk graf ved å gi hver kant en retning (men det er ikke spesifisert hvilken retning). Hvor mange ulike topologiske sorteringer kan den resulterende rettede grafen ha? Forklar svært kort.

Svar:

3. Hva er worst-case-kjøretiden til Quicksort? Oppgi svaret i Θ-notasjon.

Svar:

4. Counting Sort har bedre asymptotisk kjøretid enn Mergesort, fordi Counting Sort gjør en sentral antagelse som Mergesort ikke gjør. Hvilken antagelse er dette?

Svar:

5. Dijkstras algoritme har bedre asymptotisk kjøretid enn Bellman-Ford, fordi Dijkstras algoritme gjør en sentral antagelse som Bellman-Ford ikke gjør. Hvilken antagelse er dette?

Svar:

6. I en vanlig implementasjon, hvilken av algoritmene Heapsort og Mergesort bruker normalt mest minne?

Svar:

7. La høyden til et perfekt balansert binærtre være lengden til (dvs., antall kanter i) enhver sti fra rota til en løvnode. Hva er høyden til et perfekt balansert binærtre med 1023 interne noder?

Svar:

8. Betrakt følgende beskrivelse av en algoritme anvendt på et veinett mellom byer.
«Gå gjennom alle byene etter tur. For hver by B, betrakt alle andre par med byer. For hvert slikt par A, C, sjekk om det er en snarvei å reise fra A til C via B.»
Hvilken algoritme er det som beskrives?

Svar:

9. La G = (V, E) være en rettet graf der V = {2, 3, 4, 6, 8, 9} og E består av kanter (u, v) der v er delelig på u. (For eksempel vil kanten (2, 4) finnes, fordi 4 er delelig på 2.) En pensumalgoritme kjøres på grafen, og gir følgende ordning av nodene:
2, 4, 8, 6, 3, 9
Hvilken algoritme er det snakk om?

Svar:

10. Din venn Alan har bevist at problemet H er uløselig. Du har et annet problem K, som du også tror er uløselig. Hvordan vil du bruke problemene H og K for å vise at K er uløselig?

Svar:

11. Forklar svært kort hvorfor vertex covering-problemet er et spesialtilfelle av set covering-problemet.

Svar:

12. Beskriv med kode eller pseudokode en rekursiv algoritme for å skrive ut alle permutasjoner av en liste med unike elementer.

Svar:

13. Betrakt følgende rekurrens:
$T(n) = 3T(n–1) – 2T(n–2)$ for $n > 1$, med $T(0) = 0$ og $T(1) = 1$.
Løs rekurrensen.
Hint 1: $T(n) – T(n–1) = 2(T(n–1) – T(n–3))$.
Hint 2: La $F(n) = T(n) – T(n–1)$.

Svar:

14. I en rettet graf, la hver sykel ha en kostnad satt til gjennomsnittet av kantvektene i sykelen. Anta at alle vektene er positive heltall. Beskriv en algoritme som finner den laveste sykelkostnaden i grafen.
Hint 1: Hvordan kan du finne ut om en rettet graf inneholder en negativ sykel?
Hint 2: Hvordan kan du finne det minste positive heltallet som, hvis du trekker det fra alle kantvektene, gir en negativ sykel i grafen?

Svar:

15. Du skal lage en algoritme som hjelper politiet med å sette opp veisperringer. Som input får du en urettet graf med følgende egenskaper:
– Kantene representerer veier og nodene representerer veikryss
– Hver kant har en lengde som representerer veistrekningen
– En bestemt node representerer åstedet for en forbrytelse
– Et sett med noder angir havner og grenseoverganger, såkalte «kantnoder»
Du får også opplyst maksimal hastighet forbryterne kan ha beveget seg i fra åstedet, samt hvor lang tid som har gått siden forbrytelsen ble begått. Du kan anta at forbryterne ikke kan ha nådd frem til noen av kantnodene ennå. Algoritmen skal fortelle politiet hvor (dvs. på tvers av hvilke kanter) de skal sette opp veisperringer, slik at (i) forbryterne ikke kan komme seg til en kantnode (ved å traversere kanter) uten å passere en veisperring, og (ii) antallet veisperringer er så lite som mulig. Beskriv svært kort en algoritme som effektivt løser problemet.

Svar: