Noen viktige punkter:

(*i*) Les hele eksamenssettet nøye *før* du begynner!

(*ii*) Faglærer går normalt én runde gjennom lokalet. Ha evt. spørsmål klare!

(*iii*) Skriv svarene dine i svarrutene og levér inn oppgavearket. Bruk gjerne blyant! Evt. kladd på eget ark først for å unngå overstrykninger, og for å få en egen kopi.

(*iv*) Ekstra ark kan legges ved om nødvendig, men det er meningen at svarene skal få plass i rutene på oppgavearkene. Lange svar teller ikke positivt.

Eksamen har 20 oppgaver, totalt verdt 100 poeng. Poengverdi er angitt ved hver oppgave.

* * *

For hver av de første 5 oppgavene skal du velge svaret blant disse algoritmene:

- BFS
- Bellman-Ford
- DFS
- Dag-Shortest-Path
- Dijkstra
- Faster-All-Pairs-Shortest-Paths
- Floyd-Warshall
- Slow-All-Pairs-Shortest-Paths

(5 p) 1. Hvilken algoritme på side 1 tillater ikke sykler?

(5 p) 2. Hvilken algoritme på side 1 tillater vilkårlige positive men ikke negative kantvekter?

(5 p) 3. Hvilken algoritme på side 1 vil ikke nødvendigvis finne korteste vei i en rettet asyklisk graf der alle kantvekter er 1?

(5 p) 4. Hvilken algoritme på side 1 bør du bruke for å finne korteste vei fra alle til alle i en vilkårlig graf med positive kantvekter, dersom du har $\Theta(V^2)$ kanter?

(5 p) 5. Hvilken algoritme på side 1 bør du bruke for å finne en flytforøkende sti (*augmenting path*)?

(5 p) 6. I maskin-modellen til læreboka har heltall normalt $c \lg n$ bits. Hva er kravet til c?

(5 p) 7. Du har funnet *best-case*-kjøretiden for en algoritme. Hvilken av $\mathcal{O}$, Ω eller Θ vil du bruke for å beskrive den?

(5 p) 8. Hva er *worst-case*-kjøretiden til MERGE-SORT?

(5 p) 9. Hva har BELLMAN-FORD oppdaget dersom den returnerer FALSE?

(5 p) 10. La $A = [3, 3, 1, 4, 4, 3, 1, 2, 3, 5]$. Hvordan ser $C[0\,..\,6]$ ut idet COUNTING-SORT$(A, B, 6)$ returnerer?

(5 p) 11. La $A = [0, 9, 2, 8, 1, 5, 3, 4, 7, 6]$. Anta at PARTITION velger siste element som *pivot* (som i læreboka). Hvilken indeks returnerer da PARTITION$(A, 1, 10)$?

(5 p) 12. La $G = (V, E)$ være en graf med noder $V = \{0\,..\,9\}$ og med positive kantvekter w. La $D[0\,..\,9]$ være en tabell med avstandsestimater, der $D[u] = u.d$, for $u = 0\,..\,9$. Etter at DIJKSTRA$(G, w, 0)$ er utført er $D = [0, 2, 3, 5, 8, 6, 9, 1, 7, 4]$. I hvilken rekkefølge har nodene $0\,..\,9$ blitt valgt ut og besøkt?

(5 p) 13. La $C = \{a, b, .., j\}$, der $a.\mathit{freq} = 11, b.\mathit{freq} = 12, \ldots, j.\mathit{freq} = 20$. Utfør HUFFMAN$(C)$. Anta, som i boka, at venstre barn er mindre enn høyre, og at venstre barn er 0. Hva blir Huffman-koden for g?

(5 p) 14. La $A = [5, 0, 2, 7, 3, 9, 1, 6, 8, 4]$. Utfør BUILD-MAX-HEAP$(A)$. Hvordan ser A ut etterpå?

(5 p) 15. La $A = [0, 1, 2, 3, 6, 4, 9, 8, 5, 7]$. Utfør EXTRACT-MIN$(A)$. Hvordan ser A ut etterpå?

(5 p) 16. La $T(0) = 0$ og $T(n) = T(n-1) + 2^n + n$ når $n > 0$. Løs rekurrensen. Bruk asymptotsk notasjon.

(5 p) 17. La $T(0) = 0$ og $T(n) = \pi^2 T(n/\pi) + n^2$ når $n > 0$, der $\pi = 3.14159\ldots$.
Løs rekurrensen. Bruk asymptotisk notasjon.

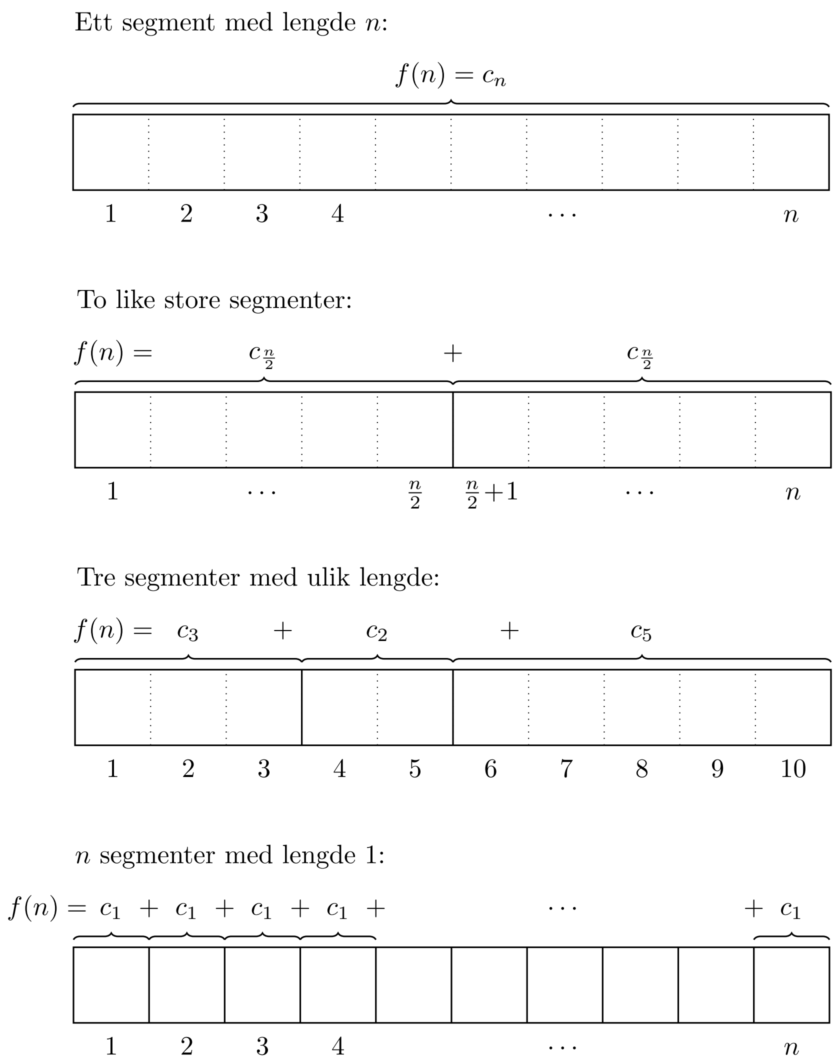
(5 p) 18. Du har funnet en reduksjon med polynomisk kjøretid fra A til B, der A og B er beslutningsproblemer. En optimal algoritme for B har *worst-case*-kjøretid $\Theta(2^n)$. Kan du si noe om kjøretiden til algoritmer for A? Hvis ja, beskriv kjøretiden med asymptotisk notasjon.

(5 p) 19. Du har et minneområde på n bytes, og skal dele det opp i segmenter, som vist i figur 1 på side 5. Et segment med lengde k bytes har en *kostnad* på c_k, og du vil finne en oppdeling som er slik at den totale kostnaden $f(n)$ blir minst mulig. Skriv en rekursiv ligning som gir den optimale verdien for $f(n)$. Løsningen skal egne seg for memoisering. Du kan anta $f(0) = 0$.

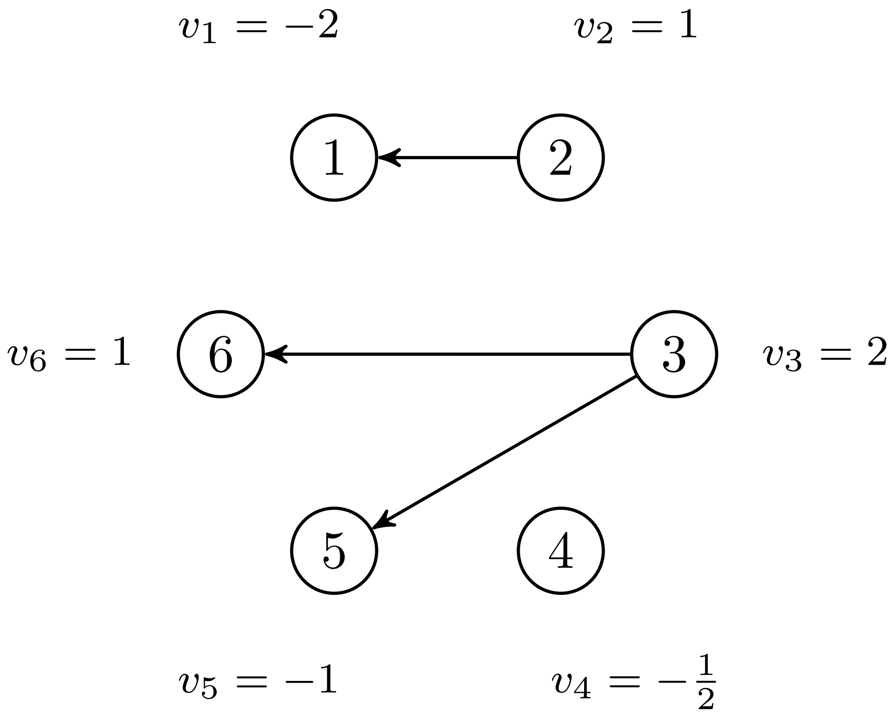
(5 p) 20. Som i *the 0-1 knapsack problem* har en tyv gjort innbrudd i en butikk og funnet n gjenstander. Hun gir hver gjenstand i en positiv eller negativ verdi v_i, basert på hvor tung den er og hvor mye hun kan selge den for. Hun ønsker å velge ut en delmengde S av gjenstander slik at $\sum_{i \in S} v_i$ blir størst mulig.

Men: Noen av gjenstandene er avhengige av andre. For eksempel kan hun ikke ta med det antikke sverdet uten å også ta med den antikke sverdsliren. Hun kan bare velge ut en delmengde der slike avhengigheter er ivaretatt: Hvis i er avhengig av j og hun vil ta med i så *må* hun også ta med j. (Se figur 2 for et eksempel.)

Beskriv en algoritme som løser problemet effektivt. Hold forklaringen så kort og enkel som mulig. Tegn gjerne en figur.



Figur 1: Illustrasjon til oppgave 19. Minneområdet kan deles inn i alt fra ett til n segmenter av lik eller ulik lengde. Et segment med lengde k har kostnad c_k, og den totale løsningen har kostnad $f(n)$, som er summen av kostnadene til segmentene. Du skal prøve å finne en oppdeling slik at denne totalsummen av kostnader blir minst mulig.



Figur 2: Illustrasjon til oppgave 20. Innbrudstyven vil i dette eksemplet velge en delmengde av $\{1, \ldots, 6\}$. Hvert gjenstand har en pil til hver av gjenstandene den er avhengig av. For eksempel: Hvis du vil ta med gjenstand 2 så må du også ta med gjenstand 1. Totalt sett bidrar disse to gjenstandene med en verdi på -1, så det lønner seg ikke. Gjenstand 6 kan du ta med eller ikke uten hensyn til andre gjenstander. Den har en positiv verdi, så det lønner seg å ta den med. Hvis du vil ta med gjenstand 3 må du ta med gjenstand 5 og gjenstand 6. Selv om v_5 er negativ så vil dette lønne seg (heller enn å bare ta med gjenstand 6), siden $v_3 + v_5 > 0$. Gjenstand 4 er det ingen vits i å ta med seg.