

TDT4120 Algoritmer og datastrukturer

Eksamen, 11. august 2021, 15:00–19:00

Faglig kontakt Magnus Lie Hetland
Hjelpemiddelkode A

Oppgaver

- 1 Hva er traverseringstrær og hvordan kan man finne dem? Forklar kort, med egne ord.
- 2 DIJKSTRA, BELLMAN-FORD og DAG-SHORTEST-PATHS brukes alle for å finne korteste veier fra én til alle, i rettede vektete grafer. Forklar kort hvilke krav hver av algoritmene stiller for at den skal kunne finne rett svar.
- 3 Hvorfor er ikke kjøretiden til BUCKET-SORT lineær i verste tilfelle? Forklar kort.
- 4 Hva er memoisering, og hvorfor bruker vi det? Forklar med egne ord.
- 5 Beskriv med egne ord de to mest sentrale måtene å implementere grafer på, som omhandlet i pensum. Diskuter kort styrker og svakheter ved begge to.
- 6 Løs følgende rekurrens eksakt, med iterasjonsmetoden:

$$T(0) = 0$$

$$T(n) = T(n - 1) + n - 1/2 \quad (n \geq 1)$$

Oppgi svaret uten bruk av asymptotisk notasjon. Vis fremgangsmåten din, og forklar med egne ord hvordan den fungerer.

- 7 Forklar med egne ord hvordan forgjengermatrisen Π konstrueres i FLOYD-WARSHALL, og hvorfor det gir rett svar.
- 8 Forenkle uttrykket $\Omega(n^2) \cdot O(\lg n) + \Theta(n)$. Uttrykk svaret med asymptotisk notasjon. Forklar og diskuter kort.

- 9 Din venn Lurvik synes reduksjoner er litt forvirrende. Slik han forstår det, kan man redusere fra et problem B til et annet problem A, slik at man bare trenger løse A og så er man ferdig. Dersom man alt har en løsning på A, så er man altså i mål. Han mener det da virker som om A er enklere enn B, siden det ellers ikke er noe poeng i å redusere til A. Det vil si, det er ikke noe poeng i å redusere til noe som er *vanskeligere* enn det man startet med. Og siden A ikke er vanskeligere enn B, må det være slik at om A er vanskelig, så er B også vanskelig.

Lurvik er ikke helt sikker på om resonnetet hans stemmer, og kunne gjerne tenke seg en presisering enten av hvorfor det er riktig eller hvorfor det er galt.

Diskuter Lurviks forståelse av situasjonen. Forklar kort.

- 10 Du skal fordele m gjenstander (f.eks. frukt) på n personer. Hver gjenstand tilhører nøyaktig én av et sett med *kategorier*, og hver kategori har en maks-grense for hvor mange gjenstander én person kan få (f.eks. at ingen kan få mer enn to sitrusfrukter).

For person i angir v_{ij} hvor stor verdi gjenstand j har for henne. Vi antar at v_{ij} er 0 eller 1, så verdien bare angir om hun ønsker seg gjenstanden eller ikke.

Du ønsker helst en *proporsjonal* fordeling, der hver person får sin rettfærdige andel av totalverdien, slik hun selv ser det. Det vil si, hver person i skal få gjenstander som tilsammen har en verdi på minst $(v_{i1} + v_{i2} + \dots + v_{im})/n$. Merk at dette ikke alltid er mulig (f.eks. hvis vi har for få gjenstander).

Beskriv en effektiv algoritme som finner en proporsjonal fordeling dersom det er mulig, og ellers svarer at det ikke er mulig.