

TDT4120 Algoritmer og datastrukturer

Eksamen, 14. desember 2021, 09:00–13:00

Faglig kontakt Magnus Lie Hetland
Hjelpemiddelkode A

Oppgaver

- 10% **1** Hva er stabil sortering? Forklar kort med egne ord.
- 10% **2** Hva er topologisk sortering? Forklar kort med egne ord.
- 10% **3** Når vi finner minimale spenntrær, bruker vi den samme strategien i begge pensumalgoritmene. Forklar denne strategien kort med egne ord.

Merk: Her er vi ute etter noe mer spesifikt enn f.eks. grådighet.

- 10% **4** Hva er forskjellen mellom den sentrale egenskapen til et binært søketre og den sentrale egenskapen til en binærhaug? Forklar kort med egne ord.
- 10% **5** Følgende algoritme har kjøretid $\Theta(n \lg n)$ i beste tilfelle og $\Theta(n^2)$ i verste:

```
LOREM(A)
1  n = A.length
2  QUICKSORT(A, 1, n)
3  for i = 1 to n
4      IPSUM(A, i)
```

Hva kan du si om kjøretiden til IPSUM i beste og verste tilfelle? Forklar kort.

- 10% **6** Forenkle følgende uttrykk:

$$\frac{\Omega(n^3)}{O(n^2)} + \frac{\Theta(n^5)}{\Theta(n^3)} + \frac{O(n^7)}{\Omega(n^4)}$$

Uttrykk svaret med asymptotisk notasjon. Forklar og diskuter kort.

Du kan anta at uttrykket er veldefinert.

10% 7 Løs følgende rekurrens eksakt, med iterasjonsmetoden:

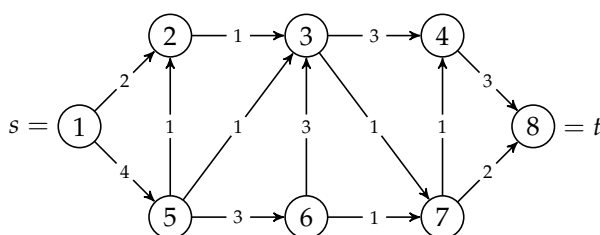
$$T(1) = 0$$

$$T(n) = T(n - 1) + \lg(n/(n - 1)) \quad (n > 1)$$

Oppgi svaret uten bruk av asymptotisk notasjon. Vis fremgangsmåten din. Vis hvordan du kan verifisere løsningen ved hjelp av induksjon (altså med substitusjonsmetoden).

Hint: Husk at $\lg(a \cdot b) = \lg a + \lg b$.

10% 8 Hvilke noder vil FORD-FULKERSON traversere i siste iterasjon, i dette flytnett?



Oppgi svaret ved å liste opp nodene i sortert rekkefølge. Forklar kort.

Hint: Den maksimale flytverdien er 5.

10% 9 La u og v være to forskjellige noder i en vektet, rettet graf G . La p være den korteste stien fra u til v , og la p' være den korteste av alle de stiene fra u til v som ikke inneholder negative sykler.

Betrakt følgende påstander:

1. Stien p vil aldri inneholde en negativ sykel.
2. Hvis G inneholder en negativ sykel, finnes ikke p .
3. Hvis G inneholder en negativ sykel, kan vi likevel finne p' .

Forklar om utsagnene stemmer eller ikke, ev. med hvilke unntak, antagelser eller forbehold.

Svar relativt grundig (f.eks. ca. 100–200 ord).

Du kan anta at p og p' er unike; ingen andre stier av samme type er like korte.

10% 10 Konstruer og beskriv kort en effektiv algoritme som tar inn to rettede asykliske grafer og finner den lengste stien som forekommer i begge.

Om det er flere, skal du finne én av de lengste stiene; det er samme hvilken. Du får altså inn grafene $G = (V, E)$ og $G' = (V', E')$ og skal finne en lengst mulig sekvens $\langle v_1, \dots, v_k \rangle$, der $(v_i, v_{i+1}) \in E \cap E'$ for $i = 1 \dots k - 1$.