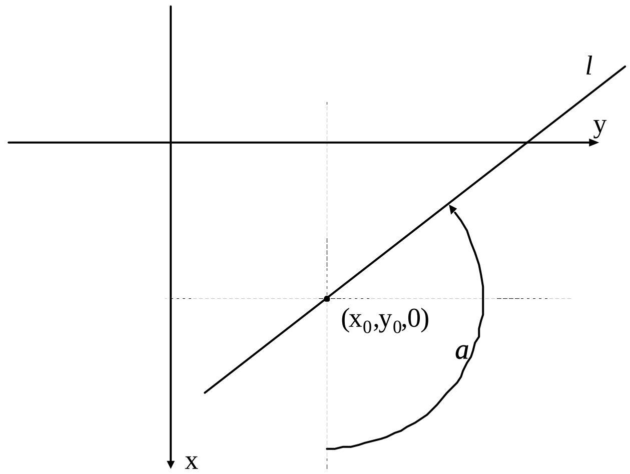
Oppgave 3

Ved tiden t har vi følgende situasjon:

Rotert vinkel om aksen parallell med z-aksen: $\alpha = \omega_1 t$
Rotert vinkel om aksen *l*: $\beta = \omega_2 t$



Punktets koordinater ved tiden t kan bestemmes ved hjelp av følgende serie av basistransformasjoner. Transformasjonene utføres i den rekkefølgen de er notert:

1. Translere punktet $(x_0,y_0,0)$ til origo: T_1
2. Rotere slik at aksen *l* faller i planet y = 0: R_1
3. Rotere slik at aksen *l* faller langs x-aksen: R_2
4. Rotere om aksen *l*: R_3
5. Invers transformasjon av 3: R_4
6. Invers transformasjon av 2: R_5
7. Invers transformasjon av 1: T_2

Den komplette transformasjonen er:

$$\underline{\underline{M = T_2 \cdot R_5 \cdot R_4 \cdot R_3 \cdot R_2 \cdot R_1 \cdot T_1}}$$

De enkelte transformasjonene er:

$$T_1 = T(-x_0,-y_0,0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -x_0 \\ 0 & 1 & 0 & -y_0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_1 = R_z(-a) = R_z(-w_1 t) = \begin{bmatrix} \cos(w_1 t) & \sin(w_1 t) & 0 & 0 \\ -\sin(w_1 t) & \cos(w_1 t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Denne varianten kan vær g
se kommentar nedenfor:

$R_1 = R_z[-(a+p)]$

$$R_2 = R_y(j) = \begin{bmatrix} \cos(j) & 0 & \sin(j) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(j) & 0 & \cos(j) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

På grunn av tvetydighet i oppgaveteksten
kan følgende også være et godt svar (men il
samtidig med ovenstående modifikasjon):

$R_2 = R_y(p - j)$

$$R_3 = R_x(b) = R_x(w_2 t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(w_2 t) & -\sin(w_2 t) & 0 \\ 0 & \sin(w_2 t) & \cos(w_2 t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

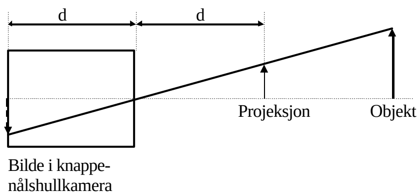
$$R_4 = R_2^{-1} = R_y(-j) = \begin{bmatrix} \cos(j) & 0 & -\sin(j) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin(j) & 0 & \cos(j) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_5 = R_1^{-1} = R_z(a) = R_z(w_1 t) = \begin{bmatrix} \cos(w_1 t) & -\sin(w_1 t) & 0 & 0 \\ \sin(w_1 t) & \cos(w_1 t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2 = T_1^{-1} = T(x_0, y_0, 0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x_0 \\ 0 & 1 & 0 & y_0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Oppgave 4

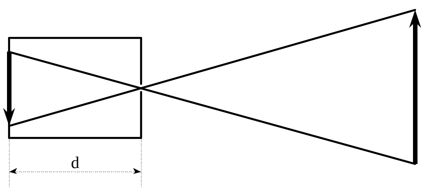
a) Knappenålshullkameraet er idegrunnlaget for modellen ”det syntetiske kamera”. Modellen brukes til å beregne projeksjoner av en syntetisk scene. En tilpasning av modellen i forhold til knappenålshullkameraet, er at avbildningen flyttes fra posisjonen bak projeksjonssenteret (knappenålshullet) til en posisjon foran. Dette medfører blant annet at projeksjonen blir rettvendt og ikke rotert 180° som bildet i knappenålshullkameraet.



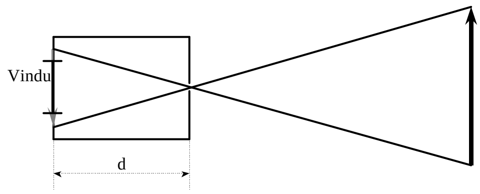
Parametre å variere:

Kameraposisjon i forhold til scenen kan velges fritt:
1. Øyepunkt (projeksjonssenter)
2. Optisk akse (synsretning)

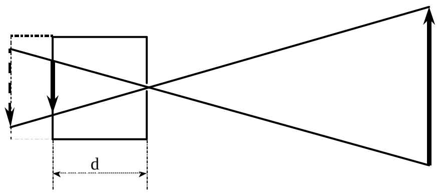
”Normal avbildning”:



3. Utsnitt (klippevindu)

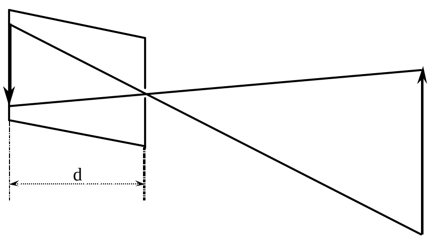


4. Brennvidde (bildestørrelse)

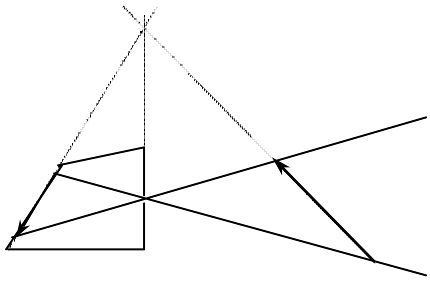


Dersom filmplanet og objektivplanet forbindes med en fleksibel belg, oppstår mer avanserte muligheter (som ikke blir utnyttet i OpenGL – ikke pensum):

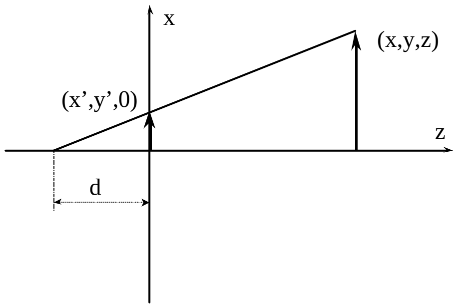
5. Usymmetri om optisk akse (unngå problem med perspektiv):



6. Scheimpflug-effekten (oppretting av perspektiv):



b)



Likedannede trekanter i figuren gir (forutsetter d>0):

$$\frac{x'}{d} = \frac{x}{z+d}$$

$$\frac{y'}{d} = \frac{y}{z+d}$$

$$z' = 0$$

som gir:

$$x' = \frac{x}{\frac{z}{d}+1}$$

$$y' = \frac{y}{\frac{z}{d}+1}$$

$$z' = 0$$

Dette kan uttrykkes på matriseform:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{d} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Matrisen for perspektivprojeksjon med den gitt plasseringen av projeksjonssenter og projeksjonsplan er altså:

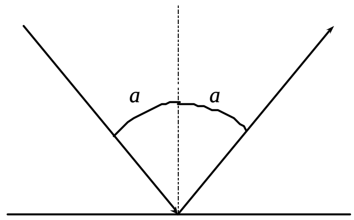
$$M_{per} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{d} & 1 \end{bmatrix}$$

Ortografisk pro jeksjon tilsvarer at vi lar d→∞. Matrisen for ortografisk projeksjon blir dermed:

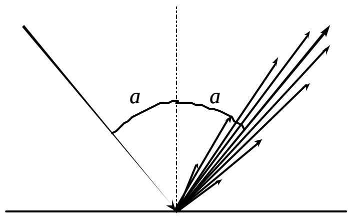
$$M_{ort} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

c) Vi har diffus refleksjon fra en flate som reflekterer like mye lys i alle retninger uavhengig av retningen det innfallende lyset har. En diffust reflekterende flate vil fortone seg like lys uansett fra hvilken retning vi betrakter den (selvfølgelig unntatt fra øyepunkt under flaten).

Refleksjon fra en ideelt speilende flate (innfallsvinkel = utfallsvinkel):



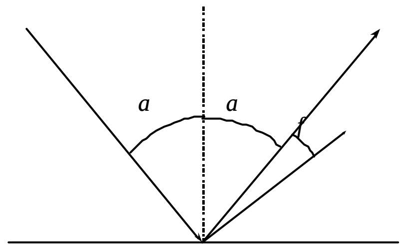
Refleksjon fra en blank ("specular") flate:



Et slikt refleksjonsmønster kan med brukbar tilnærmelse beskrives ved formelen:

$$I_s = k_s L_s \cos^k f$$

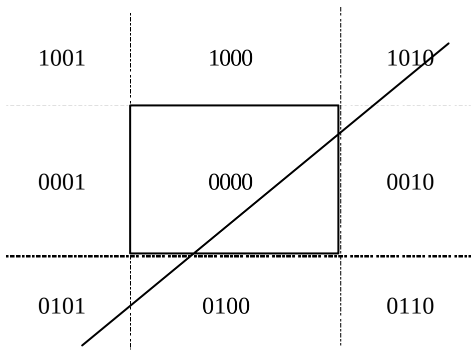
der I_s er reflektert intensitet, k_s er refleksjonskoeffisient, L_s er intensiteten av belysningen i punktet, f er vinkelen mellom speilet stråle og aktuell retning (se nedenstående skisse) mens k er en konstant som bestemmer formen (vidden) på strålekjeglen. Liten k gir bred kjegle (lite blank flate) mens stor k gir smal kjegle (blankere flate).



d) Cohen-Sutherlands algoritme for linjeklipping er basert på at endepunktene til hver a de linjene som skal klippes, gies en firesifret binær kode (i 2D). Koden kalles utkastingskode ("outcode"). Hver sifferposisjon svarer til en bestemt topologisk relasjon til klippevinduet. Sifferposisjonene (nummerert fra høyre mot venstre med posisjonsnumrene 0-3) kan eksempelvis gies følgende betydning:

Sifferposisjon	0:	Til venstre for klippevinduet
"	1:	" høyre " "
"	2:	Under "
"	3:	Over "

Se figuren nedenfor:



I 3D vil vi bruke en sekssifret kode der de to nye sifferposisjonene blir brukt til å indikere henholdsvis foran og bak klippevolumet.

Algoritmen sammenlikner utkastingskodene:

1. Hvis begge kodene er lik 0 (ingen siffer satt lik 1), ligger linjen i sin helhet innenfor klippevinduet og blir i sin helhet godtatt for tegning.
2. Hvis samme sifferposisjon er satt lik 1 i begge kodene (logisk and-operasjon me kodene som operander og med resultat forskjellig fra 0), ligger linjen i sin helhet utenfor klippevinduet og blir forkastet.
3. Dersom ingen av ovenstående punkter slår til, klippes linjen mot en av vinduskantene eller kantens forlengelse. Vinduskant å klippe mot velges ved hje av en sifferposisjon forskjellig fra 0 i en av utkastingskodene til linjen.

På grunn av tvetydighet i oppgaveteksten er følgende også et godt svar:

$$R_2 = R_y(p - j)$$