NTNU
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet

Fakultet for fysikk, informatikk og matematikk

Institutt for datateknikk og informasjonsvitenskap

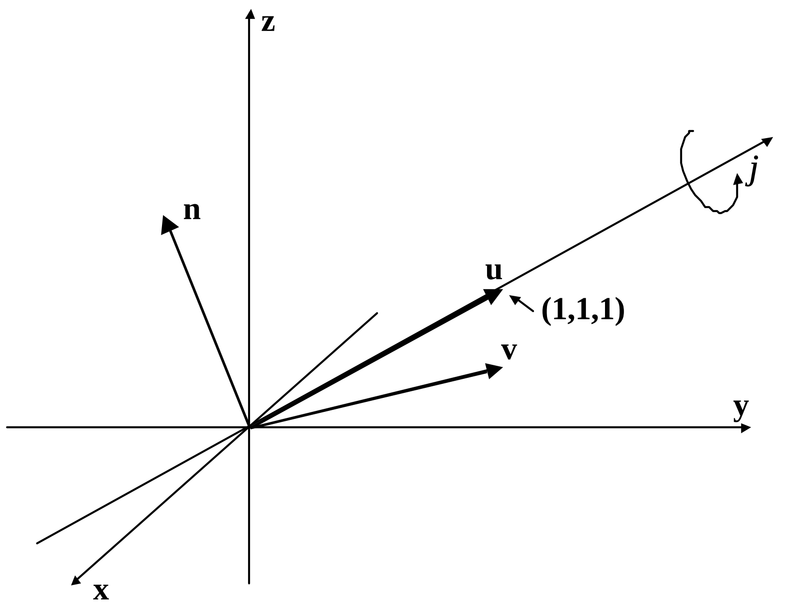
KONTINUASJONSEKSAMEN I FAG SIF8039
GRAFIKK, BILDEBEHANDLING
OG
MENNESKE-MASKINGRENSESNITT
TIRSDAG 7. AUGUST 2001
KL. 09.00 – 14.00

LØSNINGSFORSLAG GRAFIKKDELEN

OPPGAVE 4

Alternativ 1 – ortogonale matriser:

Den trolig enkleste måten å løse oppgaven på, er å utnytte at en ren rotasjonsmatrise er ortogonal. Vi definerer et sett av ortonormerte vektorer der en av vektorene har retning langs rotasjonsaksen og de andre velges på hensiktsmessig måte. I dette tilfelle synes det lett å legge den andre vektoren parallelt med planet z = 0 (x-y-planet). Den tredje vektoren blir da vektorproduktet (kryssproduktet) av disse to. Se nedenstående skisse.



Siden rotasjonsaksen i utgangspunktet går gjennom origo, trengs ingen innledende translasjon. En plan for gjennomføring av rotasjonen kan være:

1) Utfør en rotasjon slik at vektorene ***u***, ***v*** og ***n*** faller henholdsvis langs x-aksen, langs y-aksen og langs z-aksen.
2) Roter vinkelen j om x-aksen.
3) Utfør den inverse rotasjonen av 1).

Den normerte vektoren ***u*** har komponentene:

$$u_x = u_y = u_z = \frac{1}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

En ser uten videre (bør vises i besvarelsen) at i dette tilfelle vil følgende gjelde for vektoren ***v*** slik vi har spesifisert den innledningsvis:

$$v_x = -v_y$$

Parallellitet med z-planet gir:

$v_z = 0$

Vi får samme resultat ved å benytte skalarproduktet av vektorene ***u*** og ***v***. Normering gir:

$$v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 = 2v_x^2 = 1$$

Av de to mulige løsningene for $\boldsymbol{v_x}$ kan vi i samsvar med figuren velge den negative slik at vi får:

$$v_x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$
$$v_y = \frac{1}{\sqrt{2}}$$
$$v_z = 0$$

Vektorproduktet av vektorene ***u*** og ***v*** gir vektoren ***n*** (utregningen bør vises i besvarelsen):

$$n_x = n_y = -\frac{1}{\sqrt{6}}$$
$$n_z = \frac{2}{\sqrt{6}}$$

Matrisen for rotasjonen i punkt 1) slik at de ortonormerte vektorene faller langs koordinataksene, blir:

$$M_1 = \begin{bmatrix} u_x & u_y & u_z & 0 \\ v_x & v_y & v_z & 0 \\ n_x & n_y & n_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matrisen for rotasjon i punkt 2) med vinkelen j om x-aksen blir:

$$M_2 = R_x(j) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(j) & -\sin(j) & 0 \\ 0 & \sin(j) & \cos(j) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matrisen for rotasjonen i punkt 3) av aksen tilbake til utgangsstillingen blir:

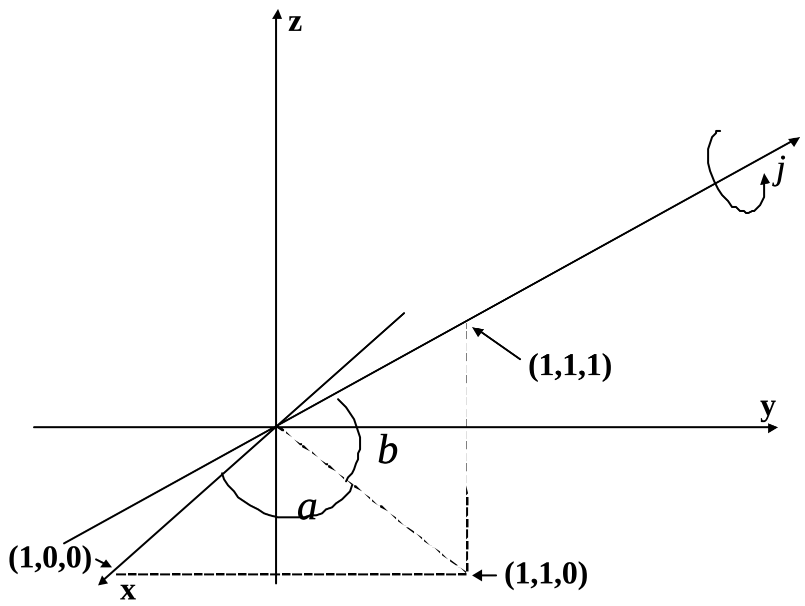
$$M_3 = M_1^{-1} = M_1^T = \begin{bmatrix} u_x & v_x & n_x & 0 \\ u_y & v_y & n_y & 0 \\ u_z & v_z & n_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Den komplette transformasjonen blir:

$$\underline{M = M_3 \cdot M_2 \cdot M_1}$$

Alternativ 2 – intuitiv metode:

Se nedenstående skisse:



En mulig plan for løsning av oppgaven kan være:

1) Roter med vinkelen $-a$ om z-aksen slik at rotasjonsaksen faller i planet y=0
2) Roter med vinkelen b om y-aksen slik at rotasjonsaksen faller langs x-aksen
3) Roter med vinkelen j om x-aksen
4) Invers rotasjon av 2)
5) Invers rotasjon av 1)

Av figuren ser vi:

$$\sin(a) = \frac{1}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$
$$\cos(a) = \frac{1}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$
$$\sin(b) = \frac{1}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$
$$\cos(b) = \frac{\sqrt{1^2+1^2}}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

Den komplette transformasjonen blir:

$$\underline{M = R_z(a)\cdot R_y(-b)\cdot R_x(j)\cdot R_y(b)\cdot R_z(-a)}$$

I besvarelsen bør de forskjellige matrisene være skrevet opp i detalj.

OPPGAVE 5

a) Phongs lokale belysningsmodell uttrykkes matematisk slik:

$$I = \frac{1}{a+bd+cd^2}(k_d L_d \vec{l}\cdot\vec{n} + k_s L_s (\vec{r}\cdot\vec{v})^a) + k_a L_a$$

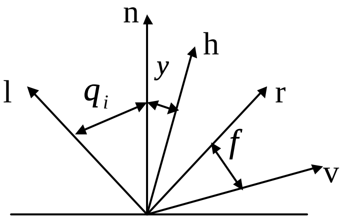
Poeng som bør være med i besvarelsen:

- Beskrivelse av avstandsfaktoren foran paranteset
- Leddet for ideel diffus refleksjon, Lamberts cosinuslov
- Leddet for blank (specular) refleksjon
    - Ideell speiling
    - Korreksjon for avvik fra ideell speiling
- Omgivelsesstråling
- Behandling av fargekomponentene

b)

Midt-imellom-vektor

(Halfway vector)



Definerer "midt-imellom-vektoren":

$$h = \frac{l+v}{|l+v|} \quad \Rightarrow \quad y = \frac{f}{2}$$

For beregning av speilende refleksjon trengs skalar-produktet:

$$r \cdot v = \cos(f)$$

Av effektivitetshensyn brukes i stedet:

$$n \cdot h = \cos(y)$$

Bruker justert a i:

$$(n \cdot h)^a = \cos^a(y)$$

Vinkelen mellom vektorene **l** og **v** er:

$$a = 2q_i + f$$

Vinkelen mellom vektorene l og h er:

$$b = q_i + y \equiv \frac{a}{2} = q_i + \frac{f}{2} \quad \Rightarrow \quad y = \frac{f}{2}$$

Produktet **r**·**v** kan uten vesentlig endring av effekten erstattes med produktet **n**·**h** på grunn av proprosjonaliteten mellom vinklene f og y.