NTNU
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet

Fakultet for informasjonsteknologi, matematikk og elektroteknikk

Institutt for datateknikk og informasjonsvitenskap

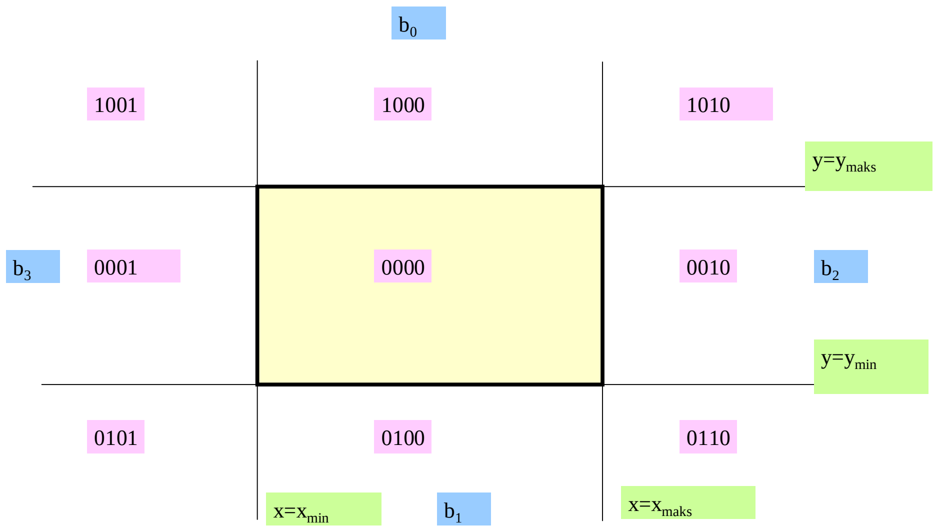
KONTINUASJONSEKSAMEN I EMNE TDT4195 BILDETEKNIKK
MANDAG 14. AUGUST 2006
KL. 09.00 – 13.00

LØSNINGSFORSLAG

OPPGAVE 1 Grafikk – linjeklipping (100 poeng)

a) Gjør rede for prinsippet for Cohen-Sutherlands algoritme for linjeklipping i 2D. (50 poeng)

Cohen-Sutherlands algoritme for linjeklipping i 2D benytter en deling av planet i 9 regioner ved at klippevinduets kanter forlenges, se figur 1.



Figur 1

Hver sone tildeles en firebits ”utkastingskode”. Koden bygges opp ved at sonene over tildeles en bitposisjon (for eksempel bit 0), sonene under en bitposisjon (for eksempel bit 1), sonene til høyre en bitposisjon (for eksempel bit 2) og sonene til venstre en bitposisjon (for eksempel bit 3). Satt bit lik 1 viser beliggenhet i forhold til klippevinduet. Utkastingskoden for selve vinduet har alle fire bit satt lik 0. Se eksempelkoder i figuren over.

Hvert av endepunktene til en linje som er kandidat for klipping, tildeles utkastingskode etter sonen det ligger i. Hovedprinsippet for algoritmen er at dersom begge endepunktskodene har alle bit satt lik 0, ligger linjen i sin helhet inne i vinduet og kan trivielt beholdes i sin helhet. Dersom de to kodene har en bit satt lik 1 i samme bitposisjon, ligger linjen i sin helhet enten over, under, til høyre for eller til venstre for klippevinduet. Den kan da i sin helhet trivielt forkastes. Alle andre tilfelle må undersøkes videre.

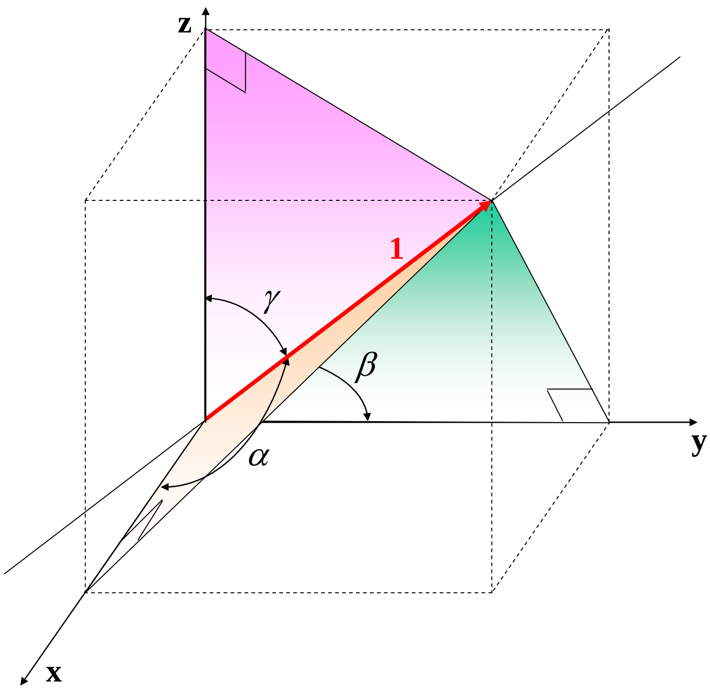
b) Skriv pseudokode for Cohen-Sutherlands algoritme for linjeklipping i 2D
(50 poeng)

1. Bestemme linjestykkets utkastingskoder ved å teste endepunktene mot $x_{\min}$, $x_{\max}$, $y_{\min}$ og $y_{\max}$.
   u1 er utkastingskoden for første endepunkt (x1,y1)
   u2 er utkastingskoden for andre endepunkt (x2,y2)
2. Hvis ((u1=0) && (u2=0)): Linjen aksepteres trivielt. Ferdig
3. Hvis ((u1 &&bitvis u2) != 0): Linjen forkastes trivielt. Ferdig
4. Ett av endepunktene eller begge endepunktene ligger utenfor vinduet, mens linjen kan skjære gjennom:
   - Dersom begge utkastingskodene er forskjellig fra 0, velg en av dem. Ellers velg den som er forskjellig fra 0
   - Søk etter første satte bit for eksempel i rekkefølgen venstre – høyre – nede – oppe
   - Beregn skjæringspunket mot den (forlengede) kantene som svarer til bitposisjonen
   - Forkast den delen av linjestykket som ligger utenfor kanten og bestem ny utkastingskode for det nye endepunktet (skjæringspunktet)
   - Gjenta fra punkt 2.

OPPGAVE 2 Grafikk – geometriske transformasjoner (100 poeng)

Et objekt skal skaleres med faktoren S i retningen som har retningsvinklene α, β og γ. Vinkelrett på retningen skal det ikke skaleres (skaleringsfaktoren = 1). Ovenstående figur viser aksen og vinklene. Objektet blir ikke vist. Besvar følgende deloppgaver:

a) Tenk deg en enhetsvektor langs aksen i skaleringsretningen. Finn komponentene av denne enhetsvektoren langs koordinataksene x, y og z.
(25 poeng)



Figur 2.

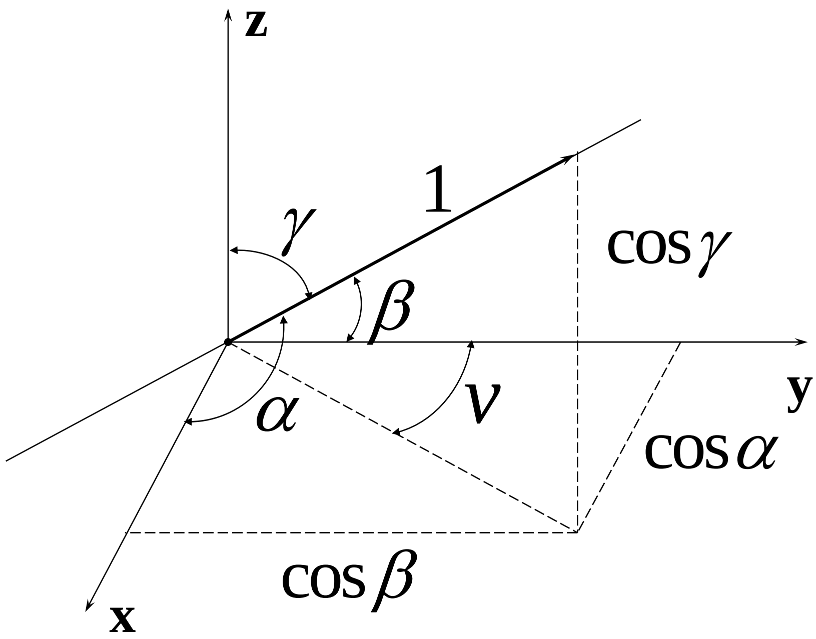
Ved betraktning av figur 2 ser vi enkelt at de søkte komponentene av enhetsvektoren langs koordinataksene er:

$$\left.\begin{aligned} \underline{\underline{e_x = \cos\alpha}} \\ \underline{\underline{e_y = \cos\beta}} \\ \underline{\underline{e_z = \cos\gamma}} \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

b) Still opp de transformasjonsmatrisene som er nødvendige for å gjennomføre skaleringen, i rett rekkefølge.
(75 poeng)

Vi ser på en enhetsvektor i skaleringsretningen. I deloppgave a) har vi funnet at enhetsvektoren har komponentene $\cos\alpha$, $\cos\beta$ og $\cos\gamma$ langs koordinataksene. Figur 3 viser enhetsvektoren med sine komponenter. Figuren viser også projeksjonen av enhetsvektoren i planet z = 0 og vinkelen ν mellom projeksjonen og y-aksen. Der er verdt å merke seg at vinklene α, β og γ er ikke uavhengige av hverandre. Vinkelen ν er derfor en funksjon av vinklene α og β, av vinklene α og γ eller av vinklene β og γ. Av figur 2 er det lett å se at følgende fundamentale relasjon gjelder mellom vinklene α, og γ:

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1 \tag{2}$$



Figur 3.

Plan (av flere mulige) for skaleringen:

1. Rotere vinkelen v om z-aksen slik at skaleringsretningen faller i planet x=0 (vinkelen med z-aksen, som er γ , påvirkes ikke): $R_z(v)$
2. Rotere vinkelen γ om x-aksen slik at skaleringsretningen faller langs z-aksen: $R_x(\gamma)$
3. Skalere med faktoren S langs z-aksen: $S(1,1,\mathrm{S})$
4. Utføre den inverse transformasjonen av 2: $R_x^{-1}(\gamma)$
5. Utføre den inverse transformasjonen av 1: $R_z^{-1}(v)$

Den komplette transformasjonen blir da:

$$M(\mathrm{S}) = R_z^{-1}(v)R_x^{-1}(\gamma)S(1,1,\mathrm{S})R_x(\gamma)R_z(v) \tag{3}$$

Oppgaven krever oppstilling av de enkelte matrisene som inngår. Sinus og cosinus til vinkelen v må uttrykkes ved de gitte vinklene:

$$\sin v = \frac{\cos\alpha}{\sqrt{\cos^2\alpha + \cos^2\beta}} \tag{4}$$

$$\cos v = \frac{\cos\beta}{\sqrt{\cos^2\alpha + \cos^2\beta}} \tag{5}$$

Ved hjelp av likning (2) kan uttrykkene (4) og (5) forenkles. Likning (2) kan skrives litt om:

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + 1 - \sin^2\gamma = 1$$

som gir:

$$\sin\gamma = \pm\sqrt{\cos^2\alpha + \cos^2\beta} \tag{6}$$

Når vi bruker +-verdien i likningene (3) og (4), får vi:

$$\sin\nu = \frac{\cos\alpha}{\sin\gamma} \tag{7}$$

$$\cos\nu = \frac{\cos\beta}{\sin\gamma} \tag{8}$$

Transformasjonsmatrisene som inngår i planen blir:

$$\underline{\underline{R_z(\nu) = \begin{bmatrix} \cos\nu & -\sin\nu & 0 & 0 \\ \sin\nu & \cos\nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}} \tag{9}$$

$$\underline{\underline{R_x(\gamma) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\gamma & -\sin\gamma & 0 \\ 0 & \sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}} \tag{10}$$

$$\underline{\underline{S(1,1,\mathrm{S}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathrm{S} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}} \tag{11}$$

$$\underline{\underline{R_x^{-1}(\gamma) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\gamma & \sin\gamma & 0 \\ 0 & -\sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}} \tag{12}$$

$$\underline{\underline{R_z^{-1}(\nu) = \begin{bmatrix} \cos\nu & \sin\nu & 0 & 0 \\ -\sin\nu & \cos\nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}} \tag{13}$$

Den følgende konkateneringen av matrisene er ikke krevd i oppgaven og er ikke forventet i besvarelsene.

Uttrykt med vinklene ν og γ eller med vinklene α, β og γ blir elementene i den konkatenerte transformasjonsmatrisen $M(\mathrm{S})$:

$$M_{11} = \cos^2\nu + \sin^2\nu(\mathrm{S}\sin^2\gamma + \cos^2\gamma) = \frac{\cos^2\beta + \cos^2\alpha(\mathrm{S}\sin^2\gamma + \cos^2\gamma)}{\sin^2\gamma}$$
$$M_{22} = \sin^2\nu + \cos^2\nu(\mathrm{S}\sin^2\gamma + \cos^2\gamma) = \frac{\cos^2\alpha + \cos^2\beta(\mathrm{S}\sin^2\gamma + \cos^2\gamma)}{\sin^2\gamma}$$
$$M_{33} = \sin^2\gamma + \mathrm{S}\cos^2\gamma$$
$$M_{12} = M_{21} = \sin\nu\cos\nu(\mathrm{S}\sin^2\gamma + \cos^2\gamma - 1) = \frac{\cos\alpha\cos\beta}{\sin^2\gamma}(\mathrm{S}\sin^2\gamma + \cos^2\gamma - 1)$$
$$M_{13} = M_{31} = \sin\nu\sin\gamma\cos\gamma(\mathrm{S}-1) = \cos\alpha\cos\gamma(\mathrm{S}-1)$$
$$M_{23} = M_{32} = \cos\nu\sin\gamma\cos\gamma(\mathrm{S}-1) = \cos\beta\cos\gamma(\mathrm{S}-1)$$
$$M_{14} = M_{24} = M_{34} = 0$$
$$M_{41} = M_{42} = M_{43} = 0$$
$$M_{44} = 1$$

Merknader:

1. Siden vinklene α, β og γ ikke er uavhengige av hverandre, vil det være mulig å uttrykke matriseelementene på andre måter enn vist her. Spesielt kan det hende at andre transformasjonsserier enn den vi har brukt her, vil gjøre det naturlig med endring i uttrykkene for matriseelementene.
2. Merk at løsningen ikke fungerer for vinkelen $\gamma = 0$. Dette har sammenheng med at vi har valgt å foreta selve skaleringen i z-retningen. Dersom $\gamma = 0$, har da rotasjonsvinkelen ν ingen mening og prosedyren bryter sammen. Dette er et iboende problem med retningsvinkler (også kalt Euler-vinkler) som også gir seg utslag ved rotasjon om en vilkårlig akse. Det er denne singulariteten som går under navnet gimbal lock. En av de gode tingene en oppnår ved bruk av kvaternioner, er at dette problemet elimineres.

OPPGAVE 3 Grafikk – avbildningstransformasjoner (100 poeng)

a) Forklar **kort** og **konsist** følgende begreper:

- Parallellprojeksjon
- Perspektivisk projeksjon
- Ortografisk (også kalt ortogonal) projeksjon
- Aksonometrisk projeksjon
- Isometrisk projeksjon
- Forsvinningspunkt

(60 poeng)

- Parallellprojeksjon

  Parallellprojeksjon er projeksjonsmetoder der projeksjonsstrålene en parallelle.

- Perspektivisk projeksjon

  Perspektivisk projeksjon er projeksjonsmetoder der projeksjonsstrålene går mot et projeksjonssenter.

- Ortografisk projeksjon

  Ortografisk projeksjon er en parallellprojeksjon der projeksjonsstrålene står normalt på projeksjonsplanet

- Aksonometrisk projeksjon

  Aksonometrisk projeksjon er en ortografisk projeksjon der projeksjonsplanet ikke er parallelt med noe av hovedkoordinatsystemets koordinatplan (projeksjonsplanet står skjevt i forhold til et objektet som er akseorientert)

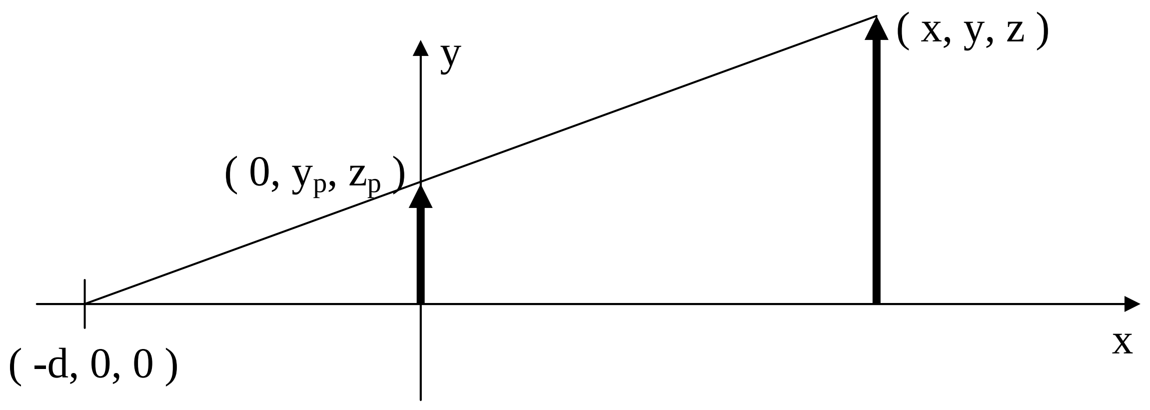
- Isometrisk projeksjon

  Isometrisk projeksjon er en aksonometrisk projeksjon der projeksjonsplanet danner samme vinkel med alle koordinataksene (skjærer aksene i samme avstand fra origo)

- Forsvinningspunkt

  Forsvinningspunkt opptrer i perspektiviske projeksjoner og er punkter der sett av innbyrdes parallelle objektlinjer som ikke er parallelle med projeksjonsplanet, skjærer hverandre i projeksjonen. Forsvinningspunkt representerer det som er uendelig langt borte.

b) Utled avbildningsmatrisen for perspektivisk projeksjon når bildet skal være i planet x = 0 og projeksjonssenteret skal være punktet (-d, 0, 0) med d > 0.
(25 poeng)



Ved betraktning av likedannede trekanter får vi:

$$\frac{y_p}{d} = \frac{y}{x+d}$$

$$y_p = \frac{y}{\frac{x}{d}+1} \tag{14}$$

Tilsvarende vil vi få:

$$z_p = \frac{z}{\frac{x}{d}+1} \tag{15}$$

Med homogene koordinater gir dette:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ w \end{bmatrix} = M_{perspektiv} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ y \\ z \\ \frac{x}{d}+1 \end{bmatrix} \qquad \underline{\underline{M_{perspektiv} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{d} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}} \tag{16}$$

Kontroll:

$$x_p = \frac{0}{w} = 0 \qquad y_p = \frac{y'}{w} = \frac{y}{\frac{x}{d}+1} \qquad z_p = \frac{z'}{w} = \frac{z}{\frac{x}{d}+1}$$

Dette viser at matrisen $M_{perspetiv}$ er den søkte.

c) Hvordan kan du enkelt komme frem til avbildningsmatrisen for parallellprojeksjon i det samme planet når projeksjonsretningen er langs x-aksen. Skriv opp matrisen.
(15 poeng)

En kan se parallellprojeksjon som et spesialtilfelle av perspektivprojeksjon der projeksjonssenteret ligger uendelig langt borte. Dette svarer til at vi lar d bli uendelig stor:

$$\underline{\underline{M_{parallell}}} = \lim_{d\to\infty}(M_{perspekiv}) = \underline{\underline{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}} \tag{17}$$

OPPGAVE 4 **Grunnleggende bildebehandling** **(100 poeng)**

Et bilde blir digitalisert over et 2048 * 2048 gitter. Kameraet blir fokusert slik at et virkelig kvadrat med sidekant 1 m nøyaktig fyller bildet.

`An image is digitized on a 2048*2048 grid. The camera is focused so that a square with a side of 1 m in the real world exactly fills the frame.`

a) Hvilken form og størrelse har det området i det virkelige kvadratet som svarer eksakt til en piksel?

`What size and shape in the real world exactly corresponds to a pixel?`
(20 poeng)

In the real world each pixel covers a square 1/2048 m on the side, ie 0.488 mm.

b) Estimer den minste bredden på en virkelig struktur som kan bli samplet på akseptabel måte. Begrunn eventuelle forutsetninger du gjør.

`Make an estimate of the narrowest width of a structure in the real world that will be adequately sampled. Justify any assumptions that you make.`
(20 poeng)

Two methods can be accepted:

A. The structural criterion is that each structure shall have a width at least root(2)*pixel_width. ie. 0.69mm

B. A frequency based approach:

The Shannon/Nyquist sampling theorem states that a signal can be recovered if there are at least two samples in every period of the highest significant frequency, the so called band limit.

An estimate of the highest frequency that can be represented on an image grid can be obtained as follows. The worst case is found where the pixels are effectively widest, ie. bands in a diagonal direction.

If there are N pixels to the side of the square frame with real world pixel size h, then there are N/2 complete periods spanning a diagonal width of N*root(2)*h.

The highest spatial frequency is (N/2)/(N*root(2)*h).

The wavelength is (N*root(2)*h)/(N/2) = 2*root(2)*h.

The region that can be identified is one half of the width of the wavelength.

The limiting condition is that a region to be represented is one half of the wavelength ie. root(2)*h. Thus 0.69mm is the best answer.

NB. The frequency based approach is often argued from the assumption of bands aligned with the pixel grid. The resulting estimate will then become h. PARTIAL CREDIT for h being 0.488mm)

c) Svar på følgende tre spørsmål:

`Answer each of the following three questions:`

1. Hva menes med begrepet "punktspredefunksjon"?

   `What is meant by the term 'point spread function'?`
   (20 poeng)

   The point spread function is a parameter of a lens system. If the lens forms an image of an ideal point light source, then the intensity image is the point spread function.

   The image will never be an ideal point. The extent of the soread is a measure of the quality of the lens. The spreading of the image of the point source will reach an irreducible minimum when the lens is set for optimum focusing.

   The effect of poor focus is qualitatively similar to using a lens with a wider point spread function, though there are differences in the mathematical detail.

2. Hvilken matematisk funksjon er en god tilnærmelse til formen på en punktspredefunksjon?

   `What mathematical function is a good approximation to the shape of a point spread function?`
   (10 poeng)

   In general, a Gaussian is a useful approximation to the point spread function.

3. Hvilken parameter er den viktigste i punktspredefunksjonen?

   `What is the most important parameter in the point spread function?`
   (10 poeng)

   The most important parameter is the width of the spread. If a Gaussian is being used as the approximation, then this is measured by sigma.

d) Nevn fire avbildningsteknikker som ikke bruker reflektert lys til å danne et bilde og nevn kort anvendelsesområdet for hver av teknikkene.

`List 4 imaging techniques that do not use reflected light to form an image and write a note on their application area.`
(20 poeng)

For example:

Synthetic aperture radar: Earth resources, Sea state etc.

X-ray (especially CAT scan): Medical imaging, industrial inspection.

Thermal imaging: Location of hidden structures in building work, victims of avalanche, targeting for military

Acoustic imaging eg. ultra-sound: medical applications for non-invasive imaging of tissues, foetus etc. Acoustic imaging for navigation, eg. bats and dolphins.

OPPGAVE 5 Bildebehandling – segmentering og beskrivelse (100 poeng)

a) Beskriv forskjellen på kantbasert og regionbasert segmentering. Hvilken av disse to teknikkene hører Sobel-operatoren til?

`Distinguish between edge-based and region-based segmentation. Which of these techniques might the Sobel operator be part of?`
(30 poeng)

Edge based segmentation partitions an image on the basis of transitions. Region based segmentation partitions an image basis of uniformities.

In the simplest applications, the tokens that are observed to pass through a transition, or to show uniformity, are the pixel values themselves. This assumes a model of the imaging in which similar pixel values indicate membership of the substructures of the image that are to be named in the segmentation.

The techniques of detecting transitions or uniformities can also be applied to tokens derived from the pixel neighbourhood. Two examples are the use of a texture measure to partition an image into fragments that have similar textures and the fitting of surfaces in range images where the judgment of transitions or uniformities is based on the quality of Fit to a surface model, eg a plane.

Vector valued pixels are often met with, eg color images or images constructed from a number of texture measures. The judgment of transition or uniformity is extended to cover such pixel values.

The Sobel operator would be part of an edge based segmentation method.

b) Hva menes med ”uniformitetskriteriet” og hvordan anvendes dette kriteriet?

`What is meant by the term 'uniformity criterion' and how is this criterion applied?`
(30 poeng)

A uniformity criterion is a predicate that is applied to a region as it is being extracted during image segmentation. The predicate tests a condition such as "all pixel values lie between 120 and 130".

An alternative is to define the uniformity on the set of data values that are found: eg. a region shall contain pixels with a standard deviation no greater than 0.01 of the mean.

The regions created through the use of a uniformity measure are maximal. The addition of just one pixel would void the condition.

It is implicit that the uniformity applies to sets of connected pixels.

c) Gitt en kjedekode som benytter åtte symboler. Partallene 0, 2, 4 og 6 representerer henholdsvis nord, øst, sør og vest. De odde tallene 1, 3, 5 og 7 representerer henholdsvis nordøst, sørøst, sørvest og nordvest. Et kvadrat er representert av:

00000000000000222222222222224444444444444466666666666666

der det er 14 forekomster av 0, 2, 4 og 6 i rekkefølge.

Consider a chain code that uses 8 symbols. The even values, 0, 2, 4, 6, represent North, East, South and West respectively. The odd values, 1, 3, 5, 7, represent North-East, South-East, South-West and North-West respectively. A square is represented by

00000000000000222222222222224444444444444466666666666666

where there are 14 instances of 0, 2, 4 and 6 in succession.

1. Hvordan vil dette kvadratet bli representert etter en 45 graders rotasjon med klokka?

   What will this shape be represented by after a 45 degree rotation clockwise?

   A: (20 points)
   The shape is a square with side equal to 14 pixel widths, orientated with the rows and columns of pixels aligned with its sides.

   The rotation of the shape through 45 degrees clockwise will change the all even to an all odd representation. The odd directions cover distance at root(2) units per symbol. The 14 repeats will decrease to approximately 10. Thus

   1111111111333333333355555555557777777777.

   B: For less credit

   11111111111111333333333333335555555555555577777777777777

   which ignores the root(2) factor.

2. Hvilke vanskeligheter knyttet til rotasjon av kjedekoder viser dette eksemplet?

   What difficulties does this example imply for rotating chain codes?
   (20 poeng)

   Chain codes that have symbols covering different lengths in the real world cannot be rotated by suitable additions to the symbol value alone. Chain codes that have equal step size for each symbol avoid this difficulty.

OPPGAVE 6 Bildebehandling – beskrivelse og gjenkjenning (100 poeng)

a) En godtakbar kjeks viser seg som en lys sirkulær region etter segmentering av bildet som inneholder den.

   An acceptable biscuit appears to be a bright circular region after segmentation of the image that contains it.

1. Foreslå en enkel numerisk egenskap som kunne bli brukt til å kjenne igjen godtakbare kjekser for å skille dem fra andre kjekser som bør forkastes.

   Suggest a simple numerical feature that could be used to identify acceptable biscuits, and distinguish them from other biscuits that should be discarded.
   (25 poeng)

   Given that the biscuits are circular, a suitable feature is compactness, ie.

   Area/perimeter**2

   This has the same value for all circles and this value is unique to a circle. The value is 1/(4*PI)

   (Other features could be proposed. The use of moments is excessive but, if well expressed, should earn credit.)

2. Hvilket beslutningskriterium vil skille godtakbare kjekser fra kjekser som bør forkastes?

   What decision criterion would separate acceptable biscuits from biscuits that should be discarded?
   (25 poeng)

   Using this feature, a departure from a circular shape gives a feature value more than 1/(4*PI).

Artifacts from the digitisation could cause an acceptable biscuit to have a value slightly larger than 1/(4*PI) = 0.0796.

Thus: accept any biscuit which has a feature value less than 1/(4*PI) + EPS. EPS is a tolerance adjustment and might be 0.005 for this example allowing rather less than 10% variation.

b) Forbrukernes preferanser endrer seg og kvadratiske kjekser blir etterspurte. Kvadratiske kjekser skal produseres sammen med sirkulære kjekser.

`Consumer tastes change and square biscuits become desirable. They are to be produced together with circular biscuits.`

1. Vil du endre valget av egenskaper å benytte? I så fall hvilke andre eller nye egenskaper vil du innføre?

   `Would you change your choice of features? If so, what other, or new, feature would you introduce?`
   (25 poeng)

   The compactness feature has a value l**2/(16*l**2) for a square of side l. This value is 0.0625 for all squares.

   It is almost certainly acceptable to use the single feature to discriminate between circles and squares.

2. Hvilket nytt beslutningskriterium vil være hensiktsmessig for å skille mellom godtakbare kvadratiske kjekser og godtakbare runde kjekser samtidig som kjekser av alle andre former blir forkastet?

   `What new decision criterion would be appropriate to detect acceptable square biscuits as well as acceptable round biscuits and reject all other shapes as unacceptable?`
   (25 poeng)

   The new decision criterion would be:

   Accept as a circle patterns with a feature value between 0.0796, ie. between (1/(4*PI), and 0.0796+EPS;

   Accept as a square patterns with a feature value between 0.0625 + EPS ie. 1/16 + EPS, and 0.0625 - EPS.

   Reject all other feature values as representing unacceptable shapes.

   (The above is the best answer. If the candidate has decided to increase the number of dimensions of feature space, this is only valid up to a maximum of a 2-D feature space. Logical reasons should be given and the reasoning must be self consistent and well expressed. If the feature space for 6.a.1 was explained for the use of moments, there should be no increase in the number of dimensions.)