NTNU
Institutt for datateknikk
og informasjonsvitenskap

KONTINUASJONSEKSAMEN I EMNE TDT4195 BILDETEKNIKK
LØRDAG 20. AUGUST 2011
KL. 09.00 – 13.00

LØSNINGSFORSLAG

OPPGAVE 1 Bildebehandling – Grunnleggende begreper

a) The two variable Gaussian $e^{\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$ is usually a good approximation to the PSF of a lens.

b) $dist\_city\_block = abs(x2 - x1) + abs(y2 - y1)$

c) The statement is NOT TRUE for discrete geometry.

d) A region is a connected set of pixels such that each pixel satisfies the membership criterion to be a pixel of the region.

OPPGAVE 2 Bildebehandling – Kantbaserte metoder

a) An edge in the real world is a geometrical structure, in 3D, such that there is an abrupt change in surface normal direction or in distance to the camera.

An edge in an image is an abrupt change in the intensity (or colour ratio) of the pixels such that, taken with adjacent changes, a systematic curved or line-like structure can be perceived.

It often happens that the laws of reflection cause an edge in the real world to be represented by an edge in the image as part of the projection of the 3D world into a 2D representation. It may also be that changes of reflection in a small patch of the real world lead to edges in the image as when text is imaged.

b) The sum is ZERO.

c) An edge is regarded as a vector because it has a magnitude and a direction.

d) Suggestions:

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{and} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

or other with orthogonal sensitivity.

e) The larger masks have more elements. Thus there is the possibility of including the influence of a greater number of observations (pixels) in the convolution. Assuming that the noise effects are uncorrelated, then the effect of noise should be less using 3x3 masks than using 2x2 masks.

OPPGAVE 3 Bildebehandling - Fourierdomenemetoder

Consider the term in the exponent: $(ux + vy)$.

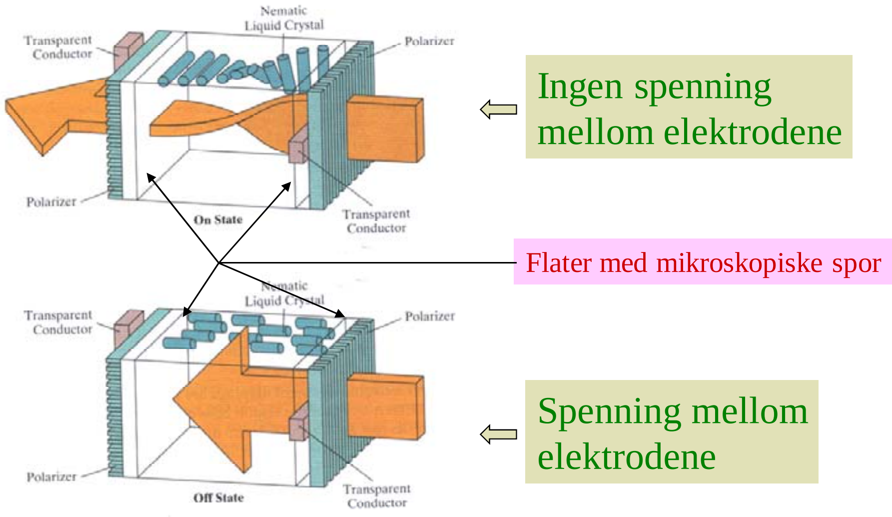
Substitute for *x*, and *y* in terms of *X* and *Y* and *u* and *v* in terms of *U* and *V*. Gather up terms remembering that $\cos^2 q + \sin^2 q = 1$.

It follows that $ux + vy = UX + VY$.

This effectively proves the result.

OPPGAVE 4 Grafikk – Diverse spørsmål

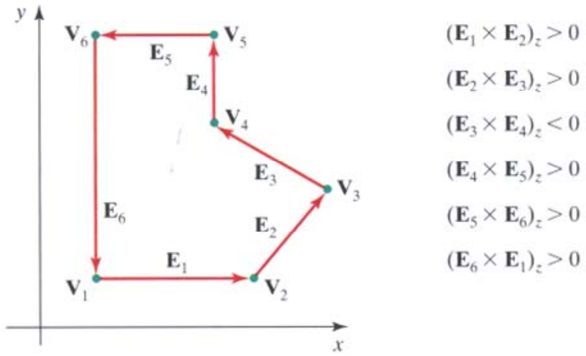
a) Prinsippet for LCD-display går fram av nedenstående figur:



b) Den implisitte kurvelikningen $f(x, y) = 0$ har den egenskapen at når det settes inn koordinater for punkter som ikke ligger på kurven, får en et positivt tall for punkter som ligger på den ene siden av kurven og et negativt tall for punkter som ligger på den andre siden. I midtpunktsalgoritmene ser en på midtpunktet mellom to kandidatpiksler. Med koordinatene for midtpunktet satt i den implisitte likningen får en et positivt eller negativt tall som grunnlag for å bestemme på hvilken side av kurven midtpunktet ligger.

c) Når vi tegner kantene med en piksels bredde, øker hver kant størrelsen med en halv piksel ut over det som er korrekt størrelse. I alt blir da rektangelet en piksel for høyt og en piksel for bredt. En konvensjon for å løse dette problemet, er å sløyfe høyre piksel på hver skannlinje og å sløyfe øverste skannlinje.

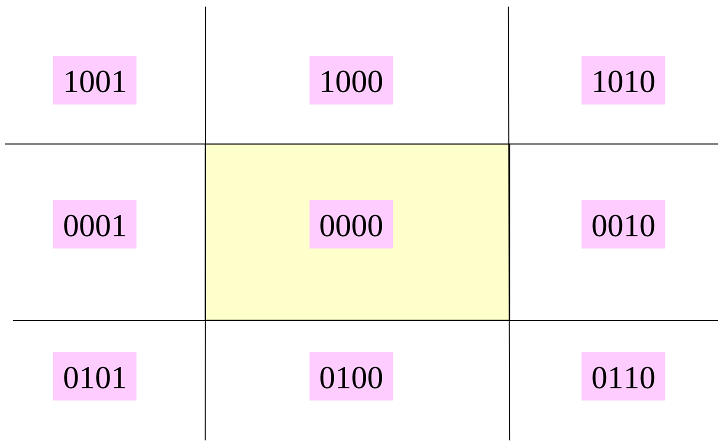
d) En metode som kan brukes til å finne ut om en polygon er konveks:



Test for konveks polygon – indre vinkler:

- Gir kantene retning og ser på dem som vektorer
- Bruker vektorproduktet som kriterium

e) Cohen-Sutherlands algoritme for linjeklipping kan brukes på rektangulære klippevinduer. Planet deles i 9 regioner av den uendelige forlengelsen i begge retninger for hver av kantene. Hver region tildeles en firesifret binær utkastingskode. Regionene henholdsvis over, under, til venstre og til høyre tildeles en felles bitposisjon. Eksempel på mulig koding er vist i figuren. Hvert endepunkt av linjene som skal klippes, tildeles kode etter regionen endepunktet ligger i.



Triviell aksept får en dersom begge endepunktskodene er lik 0. Triviell forkasting får en dersom en logisk snittoperasjon gir et resultat forskjellig fra 0.

OPPGAVE 5 **Grafikk – Affine transformasjoner**

a) Karakteristisk for affine transformasjoner er at de bevarer parallellitet. Linjer som er parallelle før transformasjonen, er også parallelle etter. Stive transformasjonen bevarer i tillegg vinkler og størrelse.

b) Alle de tre basistransformasjonene skalering, rotasjon og translasjon er affine, Rotasjon og translasjon er i tillegg stive. Perspektivtransformasjonen er et eksempel på en transformasjon som ikke er affin.

c) Den generelle formen for matriser for affine transformasjoner er:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Det viktige er at: $a_{41} = a_{42} = a_{43} = 0$.

Matrisen har 12 elementer som alle er ukjente. Hvert av punktene, som representeres ved 3 koordinater *x*, *y* og *z*, gir når matrisen anvendes på dem, 3 likninger. For å få de nødvendige 12 likningene, må vi da ta i bruk 4 av punktene.

Likningssettet å løse, blir:

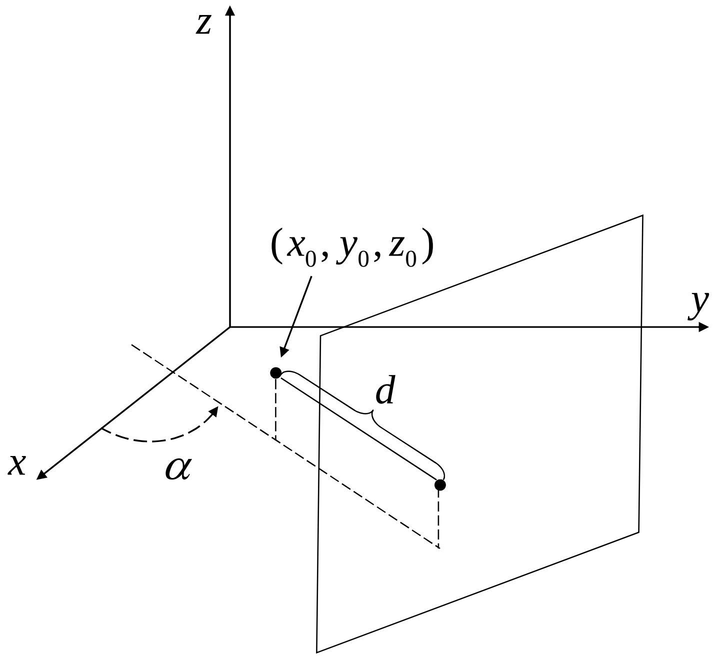
$$\begin{aligned} a_{11}x_j + a_{12}y_j + a_{13}z_j + a_{14} &= u_j \\ a_{21}x_j + a_{22}y_j + a_{23}z_j + a_{24} &= v_j \qquad j = 1,2,3,4 \\ a_{31}x_j + a_{32}y_j + a_{33}z_j + a_{34} &= n_j \end{aligned}$$

der *x*, *y* og *z* er punktets koordinater før transformasjonen og *u*, *v* og *n* er koordinatene etter transformasjonen.

Men det er ikke likegyldig hvilke punkter som velges. For å unngå singulariteter i likningssettet, må vi passe på at:

- Tre og tre av punktene ikke er kolineære
- De fire punktene ikke ligger i et felles plan

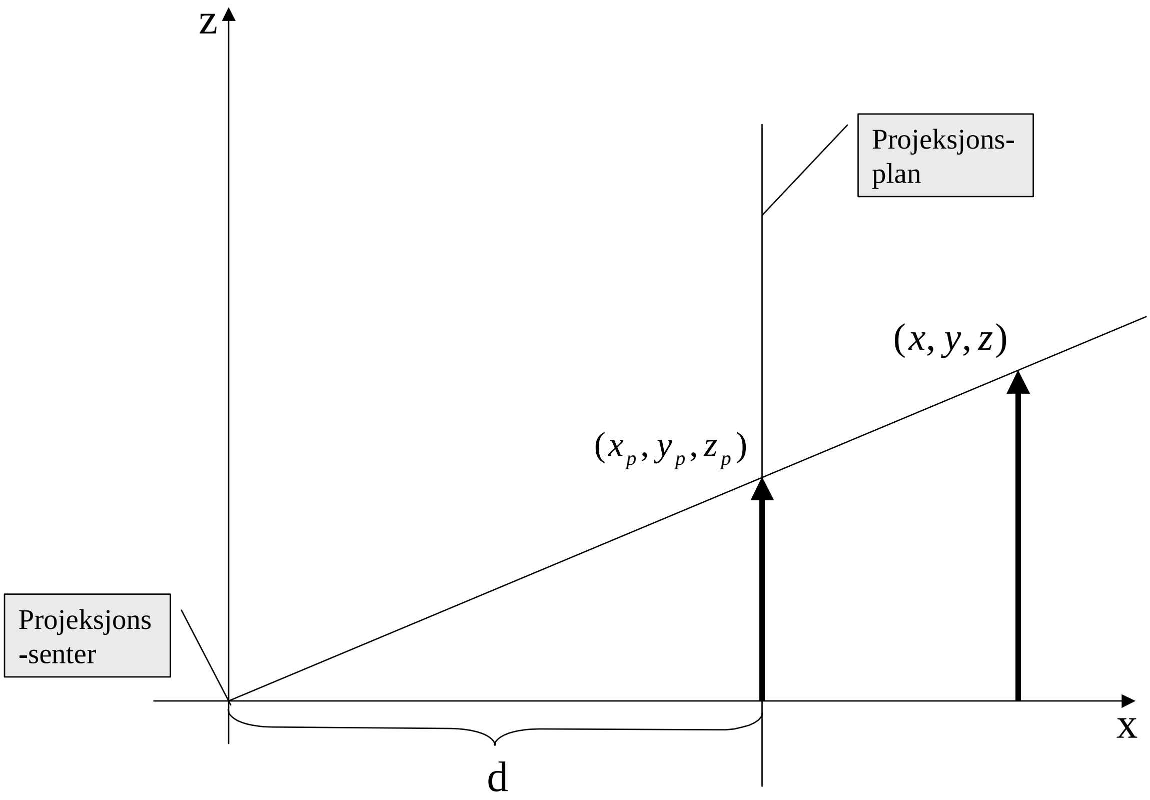
OPPGAVE 6 Grafikk – Projeksjon og transformasjoner



Følgende serie av enkle transformasjoner vil gi den søkte transformasjonen:

1. Translasjon av projeksjonssenteret til origo: $T(-x_0, -y_0, -z_0)$
2. Rotasjon om z-aksen slik at projeksjonsplanet blir stående normalt på x-aksen: $R_z(-\alpha)$
3. Utføre projeksjonen (se matrise nedenfor): M_{persp}
4. Invers transformasjon av 2
5. Invers transformasjon av 1

Vi trenger en matrise som gjør det mulig å beregne projeksjonen i punkt 3:



For projeksjonen får vi:

$$\frac{z_p}{d} = \frac{z}{x} \quad \Rightarrow \quad z_p = \frac{z}{x/d}$$

$$\frac{y_p}{d} = \frac{y}{x} \quad \Rightarrow \quad y_p = \frac{y}{x/d}$$

$$x_p = d$$

Matrisen for denne perspektivprojeksjonen blir da:

$$M_{persp} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1/d & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Den komplette transformasjonsmatrisen blir:

$$
\begin{aligned}
M &= T^{-1}(-x_0,-y_0,-z_0)\cdot R_z^{-1}(-\alpha)\cdot M_{persp}\cdot R_z(-\alpha)\cdot T(-x_0,-y_0,-z_0) = \\
&= T(x_0,y_0,z_0)\cdot R_z(\alpha)\cdot M_{persp}\cdot R_z(-\alpha)\cdot T(-x_0,-y_0,-z_0) = \\
&= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x_0 \\ 0 & 1 & 0 & y_0 \\ 0 & 0 & 1 & z_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 & 0 \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{d} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \\
&\quad \cdot \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -x_0 \\ 0 & 1 & 0 & -y_0 \\ 0 & 0 & 1 & -z_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\
&= \begin{bmatrix} 1+\frac{x_0}{d}\cos\alpha & \frac{x_0}{d}\sin\alpha & 0 & -x_0(1+\frac{x_0}{d}\cos\alpha+\frac{y_0}{d}\sin\alpha) \\ \frac{y_0}{d}\cos\alpha & 1+\frac{y_0}{d}\sin\alpha & 0 & -y_0(1+\frac{x_0}{d}\cos\alpha+\frac{y_0}{d}\sin\alpha) \\ \frac{z_0}{d}\cos\alpha & \frac{z_0}{d}\sin\alpha & 1 & -z_0(1+\frac{x_0}{d}\cos\alpha+\frac{y_0}{d}\sin\alpha) \\ \frac{1}{d}\cos\alpha & \frac{1}{d}\sin\alpha & 0 & -(\frac{x_0}{d}\cos\alpha+\frac{y_0}{d}\sin\alpha) \end{bmatrix}
\end{aligned}
$$

Oppstilling av produktet av delmatriser er svar godt nok. Gjennomført konkatenering er et pluss.

Den viste måten å løse problemet på, er trolig den enkleste. Rotasjon slik at projeksjonsplanet blir stående normalt på y-aksen, gir en tilsvarende enkel løsning. Andre måter å løse problemet på, vil involvere flere basistransformasjoner og vil måtte ansees som dårligere.