



NTNU

Det skapende universitet

Side 1 av 13

INSTITUTT FOR ELEKTRONIKK OG TELEKOMMUNIKASJON

EKSAMEN I FAG TFE4101 KRETS- OG DIGITALTEKNIKK

Faglig kontakt: Peter Svensson (1–3.5) / Kjetil Svarstad (3.6–4)

Tlf.: 995 72 470 / 458 54 333

Eksamensdato: Mandag 25. mai 2016

Eksamenstid (fra - til): 0900-1300

Hjelpemidler: D–Ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler er tillatt.
Bestemt, enkel kalkulator tillatt.

Annen informasjon: Maksimalt antall poeng for hver oppgave er gitt i parentes.
Maksimalt antall poeng oppnåelig totalt: 100.

Sensur faller innen 14. juni 2016.

Målform: Bokmål

Antall nummererte sider: 13

Antall unummererte sider i vedlegg: 0

Kontrollert av:

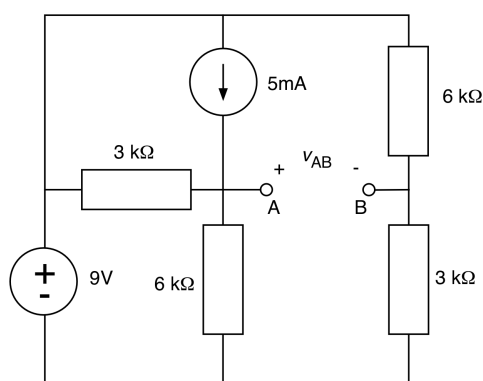
Dato

Sign

Tom side

Oppgave 1 (15%)

- a) (5%) I kretsen vist i Figur 1 er spenningen v_{AB} tegnet inn.



FIGUR 1 – Krets for oppgave 1

- Beregn verdien på spenningen v_{AB} .

LF: Vi bruker nodespenningsmetoden, og innfører nodespenningene V_A og V_B slik at

$$V_{AB} = V_A - V_B$$

Vi velger referansenoden (jord) lengst ned, og setter opp ligningene for nodespenning V_A :

$$\frac{V_A}{6\text{k}\Omega} + \frac{V_A - 9\text{V}}{3\text{k}\Omega} - 5\text{mA} = 0 \Rightarrow V_A + 2(V_A - 9\text{V}) = 5\text{mA} \cdot 6\text{k}\Omega = 30\text{V}$$

$$\Rightarrow V_A = 16\text{V}$$

og for V_B

$$\frac{V_B}{3\text{k}\Omega} + \frac{V_B - 9\text{V}}{6\text{k}\Omega} = 0 \Rightarrow 2V_B + V_B - 9\text{V} = 0 \Rightarrow V_B = 3\text{V}$$

Så da er

$$V_{AB} = 13\text{V}$$

- Finn Thevenin-resistansen for denne kretsen, sett fra terminalene A og B.

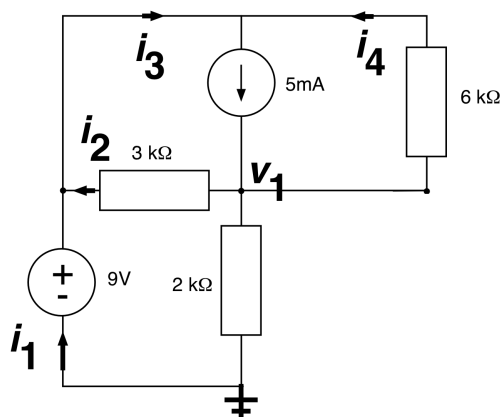
LF: Vi deaktiverer kildene, dvs spenningskilden blir en kortslutting, og strømkilden blir et avbrudd, og så beregner vi ekvivalent resistans sett fra A og B. Med deaktiverte kilder blir de to venstre motstandene koblet i parallell:

$3\text{k}\Omega // 6\text{k}\Omega = 2\text{k}\Omega$. Videre, så blir også de høyre to motstandene koblet parallellt og kan erstattes med $2\text{k}\Omega$. Da har vi to $2\text{k}\Omega$ -motstand i serie, som gir

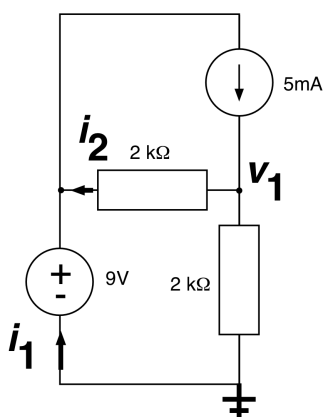
$$R_{Th} = 4\text{k}\Omega$$

- b) (5%) Hvis kretsen kortsluttes mellom A og B, hva er da effektene som leveres eller forbrukes av de to kildene?

LF: Vi kortslutter, som i figuren nedenfor, og da kan vi også erstatte de to parallellkoblede motstandene nede til høyre med en, og vi innfører strømmene som markert. Vi trenger riktignok kun å vite strømmen gjennom spenningskilden ($= i_1$), og spenningen over strømkilden ($= 9\text{V} - V_1$).



Men, nå ser vi at de to motstandene $3\text{k}\Omega$ og $6\text{k}\Omega$ er parallellkoblede, og kan også erstattes med en motstand på $2\text{k}\Omega$, så vi får den enklere kretsen



Vi bruker nodespenningsmetoden, velger referansenode som markert, og da er kun nodespenningen v_1 ukjent, så vi kan sette opp sambandet for den nodespenningen:

$$\frac{V_1 - 9}{2k} + \frac{V_1}{2k} - 0,005 = 0 \Rightarrow V_1 = 9,5V$$

Da kan vi regne ut strømmen nedover, gjennom den nedre $2k\Omega$ -motstanden, og den strømmen blir jo identisk med i_1 :

$$i_1 = \frac{V_1}{2k\Omega} = \frac{9,5V}{2k\Omega} = 4,75mA$$

For spenningskilden er passive fortegnskonvensjonen ikke oppfylt (strømmen i_1 går inn ved -), og da er

$$p_{forbrukt,9V} = -9V \cdot 4,75mA = -42,75mW \Rightarrow p_{generert,9V} = 42,75mW$$

For strømkilden så kan vi definere en spenning med + nedenfor (ved V_1) og med - over. Da blir spenningen over strømkilden, $V_{5mA} = V_1 - 9V = 0,5V$. Såsom vi definerte polariteten på spenningen, så blir ikke passive fortegnskonvensjonen oppfylt for denne kilden heller, og da er

$$p_{forbrukt,5mA} = -0,5V \cdot 5mA = -2,5mW \Rightarrow p_{generert,5mA} = 2,5mW$$

- c) (5%) Nå kobler vi til en resistans, R_{AB} , mellom A og B, og velger dens verdi slik at vi får maksimal effektutvikling i den resistansen.

- Hvilken verdi må R_{AB} ha?

LF: For å utvikle maksimal effekt i en lastresistans, så skal lastresistansen ha samme verdi som Thevenin-resistansen, dvs $R_{AB} = 4k\Omega$.

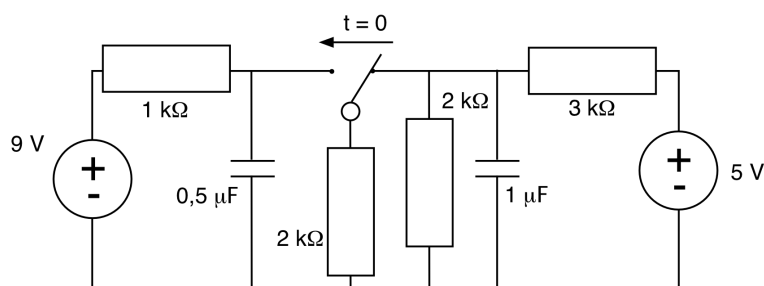
- Hvor mye effekt vil da utvikles i R_{AB} ?

Strømmen gjennom kretsen blir

$$i = \frac{V_{Th}}{R_{Th} + R_{AB}} = \frac{13V}{4k\Omega + 4k\Omega} = 1,625mA$$

Effekten som utvikles i en resistans er $P = R \cdot I^2$, dvs

$$P = 4000 \cdot 0,001625^2 W = 10,6mW$$



FIGUR 2 – Krets for oppgave 2

Oppgave 2 (15 %)

Figur 2 viser en RC-krets, hvor begge kondensatorene er helt oppladet frem til tiden $t = 0$, når bryteren slås over til den venstre posisjonen.

- a) (5%) Hva er de to spenningene over de to kondensatorene, som funksjon av tiden? Du må selv definere polariteten.

LF: Vi trenger å finne startspenningen, og sluttspenningen for de to kondensatorene, i tillegg til tidskonstanten τ . Vi definerer spenningen v_{C1} til venstre og v_{C2} til høyre, begge med + oppover.

For den venstre kondensatoren så har vi før $t = 0$ en enkel RC-krets og

$$v_{C1,start} = 9V$$

Etter $t = 0$ så har vi en resistans til i RC-kretsen, så vi erstatter alt utenom kondensatoren med en Thevenin-ekvivalent. Vi ser det enklest om vi skifter plass på kondensatoren og $2k\Omega$ -motstanden, og får da:

$$v_{Th,1,t>0} = (\text{spenningsdeling}) = 9V \frac{2k\Omega}{2k\Omega + 1k\Omega} = 6V$$

$$R_{Th,1,t>0} = 2k\Omega // 1k\Omega = 0,667k\Omega$$

Da må spenningen over kondensatoren, etter lang tid, bli nettopp $6V$, og vi kan finne tidskonstanten også:

$$v_{C1,slutt} = 6V, \quad \tau_{1,t>0} = R_{Th,1} \cdot C = 0,667k\Omega \cdot 0,5\mu F = 0,333ms$$

Så den høyre kondensatoren. Først finner vi en Thevenin-ekvivalent for alt utenom kondensatoren for tiden $t < 0$. For å se tydeligst så kan vi erstatte de to parallellkoblede motstandene med en, på $1k\Omega$. Så skifter vi plass på $1\mu F$ -kondensatoren og denne $1k\Omega$ -motstanden for å se enklere hva som bli en Thevenin-ekvivalent.

$$v_{Th,2,t<0} = (\text{spenningsdeling}) = 5V \frac{1k\Omega}{3k\Omega + 1k\Omega} = 1,25V$$

Da må startspenningen over kondensator 2 bli

$$v_{C2,start} = 1,25V$$

Så ser vi på kretsen til høyre for $t > 0$. Den blir nesten identisk, men en motstand forsvinner, og vi beregner en ny Thevenin-ekvivalent,

$$v_{Th,2,t>0} = (\text{spenningsdeling}) = 5V \frac{2k\Omega}{3k\Omega + 2k\Omega} = 2V$$

$$R_{Th,2,t>0} = 2k\Omega // 3k\Omega = 1,2k\Omega$$

Da vet vi altså

$$v_{C2,slutt} = 2V, \quad \tau_{2,t>0} = R_{Th,2} \cdot C = 1,2k\Omega \cdot 1\mu F = 1,2ms$$

Nå har vi alt som trengs for å skrive uttrykkene for spenningene, for $t > 0$

$$v_{C1}(t) = 6V + (9V - 6V)e^{-t/0,333ms} = 6V + 3e^{-t/0,333ms}V$$

$$v_{C2}(t) = 2V + (1,25V - 2V)e^{-t/1,2ms} = 2V - 0,75e^{-t/1,2ms}V$$

- b) (5%) Hva er de to strømmene gjennom de to kondensatorene, som funksjon av tiden? Du må selv definere polariteten ved å tegne strømpil.

LF: Nå er det en enkel oppgave å finne strømmene, da $i_C = C \frac{dv_C}{dt}$ (hvis passive fortegnskonvensjonen (PFK) er oppfylt. Vi definerer strømmene slik at pilen peker nedover gjennom kondensatorn, og da er PFK oppfylt: + er over kondensatorn:

$$\begin{aligned} i_{C1}(t) &= 0,5\mu F \frac{d}{dt} [6V + 3e^{-t/0,333ms}V] = 0,5 \cdot 10^{-6} \frac{-1}{3,333 \cdot 10^{-4}} \cdot 3e^{-t/3,333 \cdot 10^{-4}} \\ &= -4,5 \cdot e^{-t/3,333 \cdot 10^{-4}} mA, \quad t \geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i_{C2}(t) &= 1\mu F \frac{d}{dt} [2V - 0,75e^{-t/1,2ms}V] = 1 \cdot 10^{-6} \frac{-1}{1,2 \cdot 10^{-3}} \cdot (-0,75)e^{-t/1,2 \cdot 10^{-3}} \\ &= 0,63 \cdot e^{-t/1,2 \cdot 10^{-3}} mA, \quad t \geq 0 \end{aligned}$$

- c) (5%) Hvor mye energi er lagret sammen i de to kondensatorene, ved disse to tidspunktene:

- Like før tiden $t = 0$?
- Lang tid etter at bryteren er koblet om (til venstre)?

LF: Energien som er lagret i en kondensator, ved et tidpunkt t , er $w(t) = \frac{1}{2}Cv^2(t)$.
Da får vi energiene

$$w_{C1}(t = 0^-) = \frac{1}{2}C_1v_{C1,start}^2 = 0,5 \cdot 0,5 \cdot 10^{-6} \cdot 9^2 = 20,25\mu\text{J}$$

$$w_{C1}(t = \infty) = \frac{1}{2}C_1v_{C1,slutt}^2 = 0,5 \cdot 0,5 \cdot 10^{-6} \cdot 6^2 = 9\mu\text{J}$$

$$w_{C2}(t = 0^-) = \frac{1}{2}C_2v_{C2,start}^2 = 0,5 \cdot 1 \cdot 10^{-6} \cdot 1,25^2 = 0,781\mu\text{J}$$

$$w_{C2}(t = \infty) = \frac{1}{2}C_2v_{C2,slutt}^2 = 0,5 \cdot 1 \cdot 10^{-6} \cdot 2^2 = 2\mu\text{J}$$

Summen av energiene blir da:

$$t = 0^- : w_{tot} = 21,0\mu\text{J}$$

$$t = \infty : w_{tot} = 11,0\mu\text{J}$$

Oppgave 3 (40%)

Nedenfor er gitt 10 spørsmål i form av 3 påstander eller svaralternativer A, B eller C. Bare en av påstandene er riktig. Kryss av for riktig svar A, B eller C i tabellen bak i oppgavesettet.

OBS! Tabellsiden må leveres inn som en del av besvarelsen!

Riktig svar gir 4 poeng, manglete svar gir 0 poeng, og galt svar gir -2 poeng. Flere svar på samme spørsmål regnes som manglende svar og gir 0 poeng. Ved feil utfyllt svar, fyll den feilsvarte ruten helt, og sett kryss i riktig rute.

3-1 I Figur 3 er det vist en elektrisk krets. Sett fra klemmene A-B vil kretsen ha en Thevenin-ekvivalent med en Thevening-spenning på:

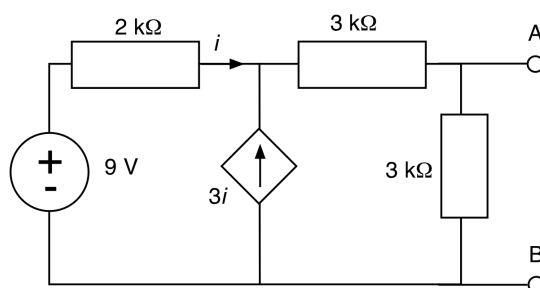
A. 1,08 V

B. 3,38 V

C. 4,15 V **Rett svar**

LF: V_{Th} = spenningen over 3 k Ω -motstanden. Den kan vi finne ut ved å finne strømmene i kretsen. I oppgaven er det oppgitt at strømmene er i og $3i$ i de to venstre grenene. Da sier KCL at strømmen gjennom grenen til høyre blir $4i$, med retning med klokken. Da kan vi bruke KVL for den store ytre sløyfen, og begynne lengst nede til venstre.

$$-9V + i \cdot 2k\Omega + 4i \cdot (3k\Omega + 3k\Omega) = 0 \Rightarrow i = \frac{9V}{26k\Omega} \approx 0,346mA$$



FIGUR 3 – Krets for oppgave 3-1

Da finner vi spenningen over $3\text{k}\Omega$ -motstanden:

$$V_{Th} = V_{3\text{k}\Omega} = 4i \cdot 3\text{k}\Omega \approx 4 \cdot 0,346\text{mA} \cdot 3\text{k}\Omega \approx 4,154\text{V}.$$

3-2 Hva er Thevenin-resistansen for Thevenin-ekvivalenten til kretsen i Figur 3?

- A. $1.5\text{ k}\Omega$
- B. $1.62\text{ k}\Omega$ Rett svar
- C. $1.88\text{ k}\Omega$

LF: Vi kan finne R_{Th} på et par forskjellige måter når det er avhengige kilder. Da vi kjenner V_{Th} fra forrige oppgave så velger vi å kortslutte mellom klemmene A og B, beregne den kortslutningsstrømmen, i_{kort} og da blir

$$R_{Th} = \frac{V_{Th}}{i_{kort}}$$

Når vi kortslutter får vi en kortslutting parallellt med den høyre $3\text{k}\Omega$ -motstanden, og den motstanden forsvinner. Da innser vi at strømmen i_{kort} må være $= 4i$ ifølge KCL, som i forrige oppgaven, og vi kan beregne i igjen med KVL:

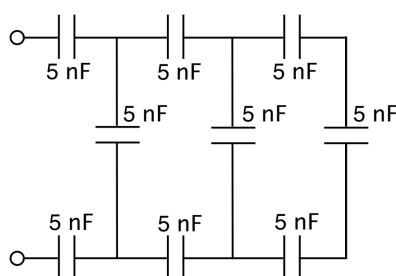
$$-9\text{V} + i \cdot 2\text{k}\Omega + 4i \cdot 3\text{k}\Omega = 0 \Rightarrow i = \frac{9\text{V}}{14\text{k}\Omega} \approx 0,643\text{mA}$$

Da blir altså

$$R_{Th} = \frac{4,154\text{V}}{4 \cdot 0,643\text{mA}} \approx 1,62\text{k}\Omega$$

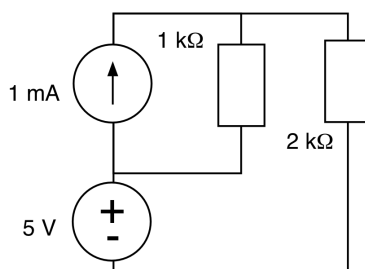
3-3 Hva er den ekvivalente kapasitansverdien hvis kretsen i Figur 4 erstattes med en kondensator?

- A. 1.829 nF Rett svar
- B. 2.500 nF
- C. 13.667 nF



FIGUR 4 – Krets for oppgave 3-3

- 3-4 I kretsen i Figur 5 er det to kilder som produserer eller forbruker effekt. Hvilken påstand er sann?



FIGUR 5 – Krets for oppgave 3-4

- A. Strømkilden leverer effekt og spenningskilden forbruker effekt
 B. Spenningskilden leverer effekt og strømkilden forbruker effekt **Rett svar**
 C. Begge kildene leverer effekt

LF: Vi innfører spenninger over, og strømmer gjennom, de begge kildene. Hvis vi innfører

i = strømmen gjennom $2\text{ k}\Omega$ -motstanden og 5V -kilden, med retning nedover så blir strømmen nedover, gjennom $1\text{ k}\Omega$ -motstanden:

$$i_{1\text{k}\Omega} = 1\text{mA} - i$$

Spenningen over $1\text{ k}\Omega$ -motstanden (med pluss oppover) er da, ifølge Ohm's lov,

$$V_{1\text{k}\Omega} = 1\text{k}\Omega(1\text{mA} - i)$$

Vi kan videre betegne spenningen over $2\text{ k}\Omega$ -motstanden med $V_{2\text{k}\Omega}$, med + oppover, og da bruke KVL i sløyfen til høyre. Start i nedre venstre hjørnet, og gå med klokka:

$$-5\text{V} - V_{1\text{k}\Omega} + V_{2\text{k}\Omega} = 0 \Rightarrow -5\text{V} - 1\text{k}\Omega(1\text{mA} - i) + 2\text{k}\Omega \cdot i = 0$$

$$\Rightarrow i = \frac{5V + 1k\Omega \cdot 1mA}{3k\Omega} = 2mA$$

Da går altså strømmen $2mA$ gjennom spenningskilden, og passive fortegnskonvensjonen (PFK) er ikke oppfylt fordi i går inn ved -polen, slik at

$$p_{forbrukt,5V} = -i \cdot 5V = -2mA \cdot 5V = -10mW$$

dvs spenningskilden leverer 10 mW. Da må B være riktig!

Vi sjekker strømkilden også, for sikkerhets skyld. Når vi kjenner i kan vi beregne $V_{1k\Omega}$,

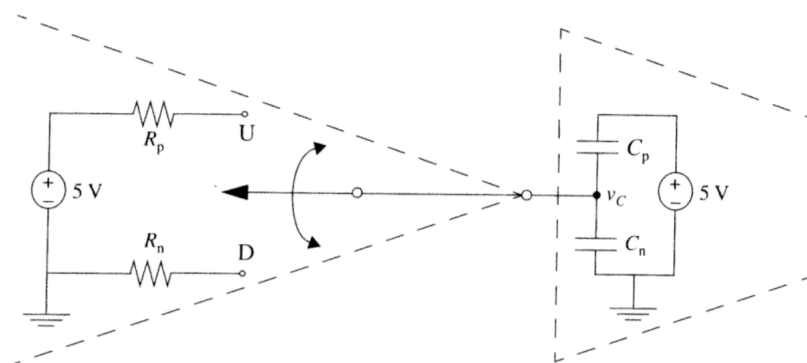
$$V_{1k\Omega} = 1k\Omega(1mA - i) = 1k\Omega(1mA - 2mA) = -1V$$

Den samme spenningen, med + oppover, havner over $1mA$ -kilden, og da er PFK ikke oppfylt for strømkilden heller, og

$$p_{forbrukt,1mA} = -1mA \cdot (-1V) = 10mW$$

Dette stemmer også med alternativ B.

- 3-5** I Figur 6 ser vi to CMOS-inverterer som er koblet sammen. Komponentverdiene er $R_n = R_p = 1\text{ k}\Omega$, $C_n = C_p = 1\text{ nF}$. Hva er tidskonstanten for RC-kretsen som resulterer når bryteren slås over i posisjon U?



FIGUR 6 – Krets for oppgave 3-5

- A. $0.5\ \mu s$
- B. $1\ \mu s$
- C. $2\ \mu s$ Rett svar

Oppgitt formel - kretsdel

$$x(t) = x(t_{slutt}) + [x(t_0) - x(t_{slutt})] e^{-(t-t_0)/\tau}; \quad t \geq t_0$$

Vedlegg 1
HUSK Å LEVERE
DETTE ARKET SOM EN
DEL AV BESVARELSEN

Kandidatnr: _____
Emnekode: _____
Side: _____ / _____

SPØRSMÅL NR.	A	B	C
3-1			
3-2			
3-3			
3-4			
3-5			
3-6			
3-7			
3-8			
3-9			
3-10			