Bokmål **Kandidatnr………………**

Studieretning…………….

Side……………………….

Norges teknisk-naturvitenskapelig universitet
Institutt for fysikk, NTNU
TFY4102 Fysikk, vår 2009

Faglig kontakt under eksamen:
Navn: Tore Lindmo
Tlf.: 911 47 844

EKSAMEN I EMNE TFY4102 – FYSIKK
Tirsdag 19. mai 2009
Tid: 0900-1300

Tillatte hjelpemidler: Kode C:
Typegodkjent kalkulator, med tomt minne
K. Rottmann: Matematisk Formelsamling
S. Barnett & T.M. Cronin: Mathematical Formulae

Eksamenssettet er utarbeidet av førsteamanuensis Dag W. Breiby og professor Tore Lindmo og består av:

Forsiden (denne siden) som skal leveres inn som svar på flervalgsoppgaven (Oppgave 4).

Oppgavetekst til vanlige oppgaver 1-3	side 2-5
Ett sett med 10 flervalgsspørsmål i oppgave 4	side 6-8
Vedlegg: Formelark for emne TFY4102	side 9-12

Hvert delspørsmål a) b) etc. i de vanlige oppgavene 1-3 teller likt, med til sammen 75 % for alle 12 delspørsmål.
Oppgave 4 med flervalgsspørsmål teller 25%. Ved besvarelsen av flervalgsspørsmål skal bare ett av svaralternativene angis. Riktig svar gir 1 poeng, feil svar 0 poeng.

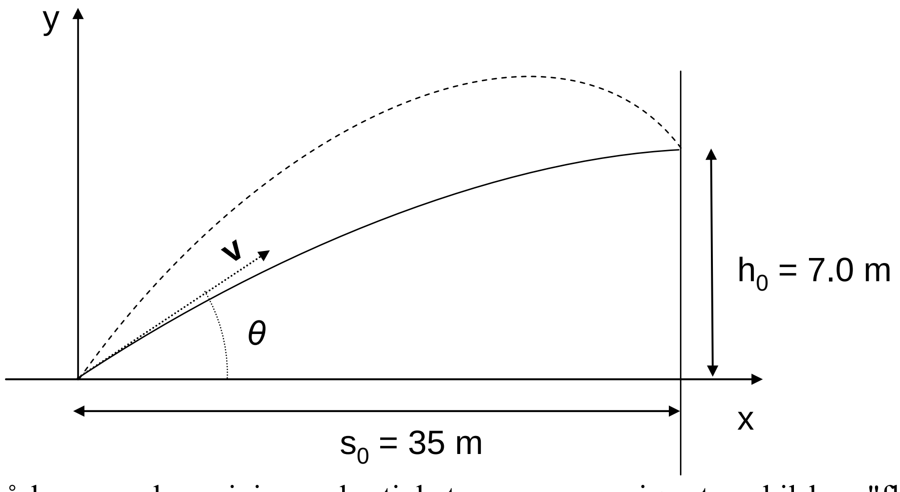
Svar på flervalgsspørsmål i Oppgave 4
(riv av denne siden og lever den sammen med besvarelsen)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Oppgave 1. Bil krasjet i kirketak

Bilen satt fast i kirketaket, syv meter over bakken (Foto: Reuters).

Vi kunne lese følgende i Aftenposten 26. januar 2009 om en bildesperado i Sachsen:
Bilføreren mistet kontrollen i en sving, og braste gjennom en veisperring. I svært høy fart kjørte han opp en skrent som fungerte som et springbrett, og den svarte Skodaen fløy 35 meter gjennom luften før den krasjet i kirketaket, syv meter over bakken.



Det er mulig å beregne den minimumshastigheten $v_{\min}$ som gjør at en bil kan "fly" og treffe et bestemt punkt slik det står beskrevet ovenfor. Flyturen kan beskrives som en kastbevegelse (parabel), hvor bilen treffer et punkt h_0 = 7 m over bakken etter en (horisontal) flytur på s_0 = 35 m. Det stod ikke spesifisert i avisen hvor bratt skrenten var, men den teoretisk minste mulige hastigheten $v_{\min}$ må være for en spesiell vinkel θ. To mulige baner med forskjellig utgangsvinkel θ og utgangshastighet **v** er skissert i figuren ovenfor. Vi vil først beregne hva v må være for en gitt θ, og deretter finne den vinkelen som minimerer v. Vi neglisjerer luftmotstand.

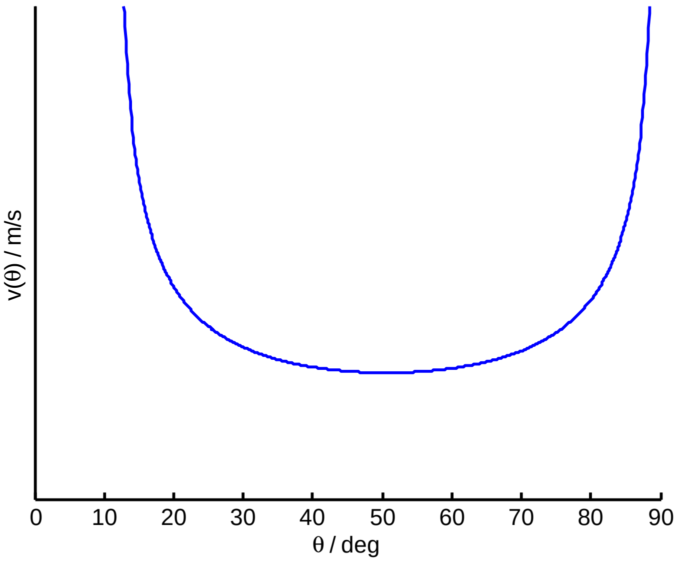
a) Vis at nødvendig utgangshastighet, $v(\theta)$, for at bilen skal nå treffpunktet er gitt ved

$$v(\theta) = s_0 \sqrt{\frac{g}{2\cos\theta\left(s_0 \sin\theta - h_0 \cos\theta\right)}}$$

Hint: Finn først uttrykk for bilens posisjon som funksjon av tid, dvs. $x(t)$ og $y(t)$, og bruk bevegelsen i x-retning til å finne et uttrykk for t som kan settes inn i uttrykket for y.

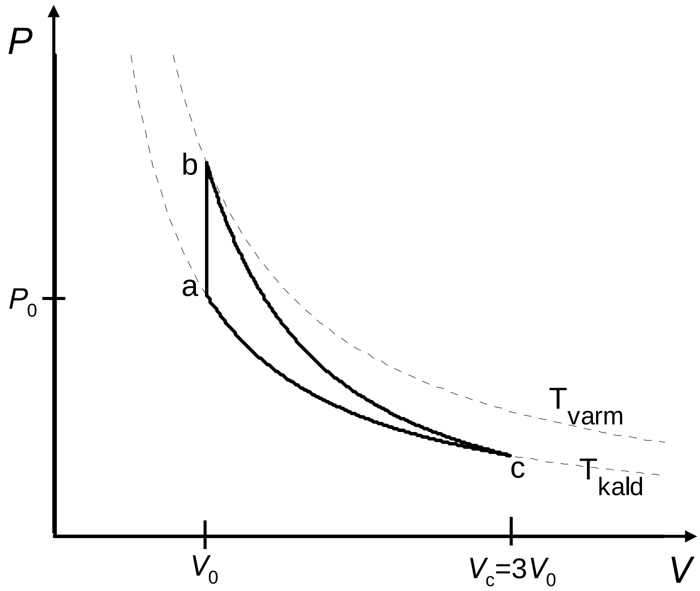
b) Ligningen i a) viser at $v(\theta)$ divergerer (går mot uendelig) for en kritisk vinkel $\theta_c < 90^\circ$. Finn et uttrykk for θ_c, og gi det en fysisk tolking. Regn ut tallverdien for θ_c. Forklar hva som skjer hvis $\theta < \theta_c$.

c) Uttrykket i a) er vist grafisk i figuren nedenfor. Estimer fra grafen hvilken verdi av θ som minimerer v, og beregn den tilhørende verdien v_{min}. Er du enig med avisen i at bilen nødvendigvis hadde "svært høy fart"?



d) Hvis bilens masse er 1400 kg, og den har trengt 2 m inn i kirketaket før den stopper, hva blir da den gjennomsnittlige kollisjonskraften som har virket på bilen under kollisjonen med kirketaket? Over hvor lang tid har denne kraften virket (dvs. kollisjonens varighet)? Anta at bilen hadde den hastighet og utgangsvinkel som er funnet i c). Hint: Finn først den hastigheten bilen hadde da den traff taket.

Oppgave 2. Varmekraftmaskin



En kretsprosess for en varmekraftmaskin består av en isokor fra *a* med koordinater (P_0, V_0) til *b*, en adiabat derfra til *c* og en isoterm med temperatur $T_{kald} = T_0$ tilbake til *a*, se *PV*-diagram. Arbeidssubstansen er en to-atomig (diatomær) ideell gass med $\gamma = 7/5$.

a) Finn uttrykk for tilstandsvariablene T_{varm}, P_b og P_c uttrykt ved P_0, V_0, T_0, og γ.

b) Utled uttrykk for arbeidet utført i hver av delprosessene *ab*, *bc* og *ca* ut ifra definisjonsligningen for arbeid utført av en gass. *Hint*: Termodynamikkens 1. hovedsetning kan også være nyttig, i likhet med sammenhengen $C_V/R = 1/(\gamma - 1)$.

c) Vis at arbeidet W_{net} for et helt omløp kan uttrykkes

$$W_{net} = P_0 V_0 \left(\frac{3^{\gamma-1} - 1}{\gamma - 1} - \ln 3 \right)$$

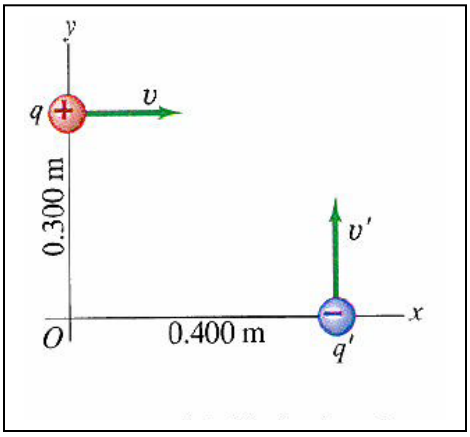
Finn tallsvar for arbeidet utført per syklus når $P_0 = 2.00 \cdot 10^5$ Pa og $V_0 = 2.00$ L. Finn også effekten når prosessen kjører med 1000 sykler per minutt.

d) Beregn varmen Q som blir avgitt eller tilført i hvert prosesstrinn. Angi både symboluttrykk og tallsvar.

e) Beregn virkningsgraden ε. Hva ville virkningsgraden for en Carnot-maskin mellom temperaturene T_{kald} og T_{varm} vært? Gi begge svarene både som symboluttrykk og tallsvar.

Oppgave 3. Magnetiske og elektriske krefter, elektrostatisk potensial

To punktladninger q=+8.00 µC og q'= - 5.00 µC beveger seg som vist i forhold til koordinatsystemet i figuren. z-aksen står vinkelrett ut av papirplanet. Partiklene har fart v= $9.00 \cdot 10^4$ m/s og v'=$6.50 \cdot 10^4$ m/s, med retninger som angitt.



a) Bestem retningen og størrelsen på magnetfeltet B som q genererer i posisjonen til q', og bestem retning og størrelse for den kraftvirkningen dette magnetfeltet forårsaker på q'.

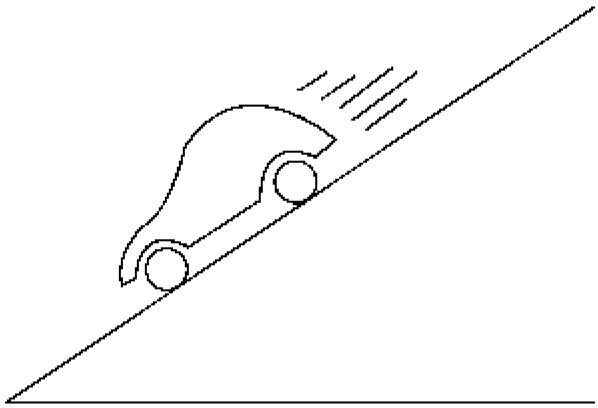
I resten av oppgaven står partiklene i ro i posisjonene som figuren viser.

b) Bestem retning og størrelse på den elektrostatiske kraften som virker på hver av partiklene.

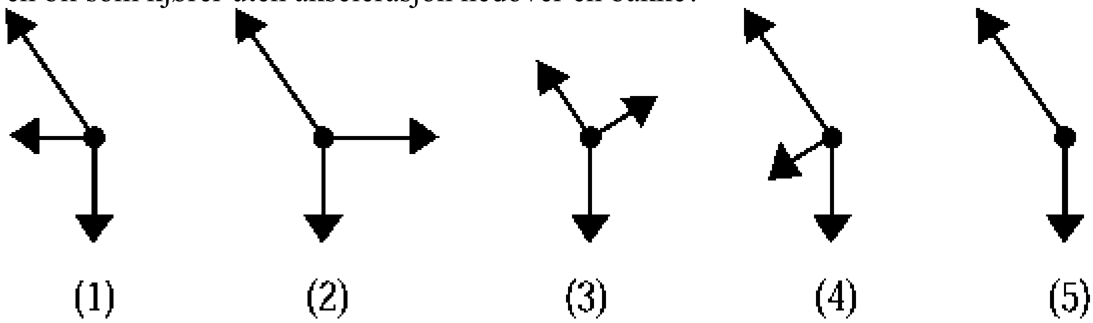
c) Hva er verdien av det elektrostatiske potensialet generert av q i posisjonen for q', og hvilken elektrostatisk potensiell energi har partikkelsystemet?

Oppgave 4. **Flervalgsspørsmål** (skriv svarene i tabellen på side 1)

1.



Hvilket av de følgende fritt-legeme-diagrammene representerer kreftene som virker på en bil som kjører uten akselerasjon nedover en bakke?

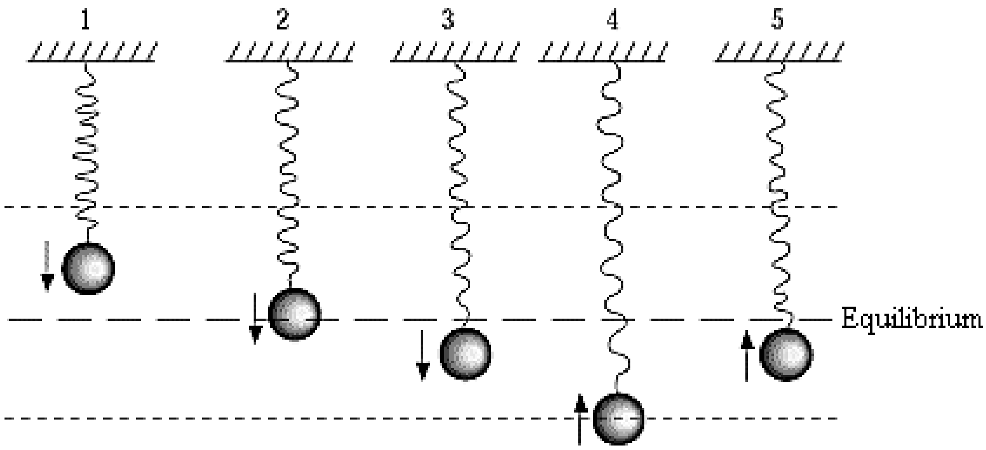


A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. En gjenstand blir påvirket av en konstant kraft F slik at den forflytter seg distansen $\Delta\mathbf{s} = 6\mathbf{i} - 4\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$. $\mathbf{F} = -3\mathbf{i} + 6\mathbf{j} - 9\mathbf{k}$. Hvis alle verdier er oppgitt i SI-enheter, så blir arbeidet som kraften **F** har utført på gjenstanden
A) –42 J B) –36 J C) –30 J D) –53 J E) –60 J

3. Energien i en harmonisk oscillator dobles ved å øke amplituden med en faktor
A) 0.7 B) 1.0 C) 1.4 D) 2.0 E) 4.0

4.



En kule opphengt i en spiralfjær er satt i harmonisk svingning omkring den viste likevektsposisjonen (Equilibrium). Den figuren som viser situasjonen med maksimal akselerasjon er

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. Oksygen- (molar masse = 32 g/mol) og nitrogenmolekylene (molar masse = 28 g/mol) i eksamenslokalet har lik gjennomsnittlig
   A) kinetisk energi, men oksygenmolekylene beveger seg raskere.
   B) kinetisk energi, men oksygenmolekylene beveger seg langsommere.
   C) kinetisk energi og fart.
   D) fart, men oksygenmolekylene har større gjennomsnittlig kinetisk energi.
   E) fart, men oksygenmolekylene har mindre gjennomsnittlig kinetisk energi.

6. Et volum med ideell gass endrer temperatur fra 20ºC til 60ºC. Forholdet mellom gjennomsnittlig kinetisk energi for gassmolekylene ved 20ºC (K_1) og ved 60ºC (K_2) er
   A) $K_1 = K_2$
   B) $K_1 = 0.33\ K_2$
   C) $K_1 = 3\ K_2$
   D) $K_1 = 0.88\ K_2$
   E) $K_1 = 1.14\ K_2$

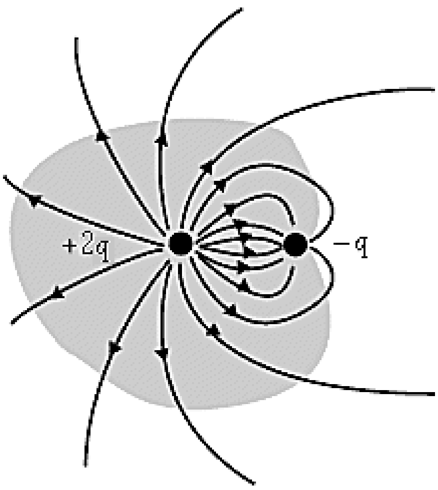
7. Et termodynamisk system føres gjennom en rekke små likevektstrinn fra en tilstand I til en tilstand II. Størrelser som brukes for å karakterisere en slik prosess er

   1 indre energi,
   2 entropi,
   3 temperatur,
   4 arbeid,
   5 varmemengde.

   I slutt-tilstanden er følgende av de ovennevnte størrelsene uavhengige av prosessveien mellom de to tilstandene

   A) 1, 2, og 3.
   B) 2, 3, og 4.
   C) 3, 4, og 5.
   D) 1, 3, og 5.
   E) 2, 3, og 5.

8.



   Figuren viser en flate som omslutter ladningene $2q$ og $-q$. Netto elektrisk fluks gjennom flaten er

   A) q/ϵ_0 B) $2q/\epsilon_0$ C) $-q/\epsilon_0$ D) null E) Ingen av svarene A-D er korrekte.

9. Et 12-V bilbatteri kan levere 60 A til startmotoren over en tid på 2.5 s for å få bilens motor til å starte. I løpet av denne tiden er det elektriske energiforbruket.

   A) 1.8×10^3 J
   B) 2.2×10^4 J
   C) 7.2×10^2 J
   D) 3.6×10^3 J
   E) 4.5×10^3 J

10. Størrelsen på den magnetiske fluksen gjennom en strømsløyfe varierer med tiden som

$$\phi_m = 6t^2 + 7t + 1$$

   Alle tallverdier er i SI-enheter. Den elektromotoriske spenningen som induseres i sløyfen er ved tiden $t = 2$ s

   A) 48 V B) 39 V C) 40 V D) 31 V E) 19 V

Formelliste for emnet TFY4102 Fysikk, våren 2009.

Vektorstørrelser er i **uthevet** skrift. Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning forutsettes å være kjent.

Fysiske konstanter:

Ett mol: $M(^{12}C) = 12$ g	$1u = 1.6605 \cdot 10^{-27}$ kg	$N_A = 6.0221 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}
$k_B = 1.3807 \cdot 10^{-23}$ J/K	$R = N_A k_B = 8.3145$ J mol^{-1} K^{-1}	0ºC = 273.15 K
$\varepsilon_0 = 8.8542 \cdot 10^{-12}$ C^2/Nm^2	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ N/A^2	
$e = 1.6022 \cdot 10^{-19}$ C	$m_e = 9.1094 \cdot 10^{-31}$ kg	
$c = 2.9997 \cdot 10^8$ m/s	$h = 6.6261 \cdot 10^{-34}$ Js	$g = 9.81$ m/s^2

Mekanikk:

$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F}(\mathbf{r}, t)$, der $\mathbf{p}(\mathbf{r},t) = m\mathbf{v} = m\mathrm{d}\mathbf{r}/\mathrm{d}t$; $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$.

Konstant a: $v = v_0 + at$; $s = s_0 + v_0 t + ½ at^2$; $2as = v^2 - v_0^2$

$\mathrm{d}W = \mathbf{F} \cdot \mathrm{d}\mathbf{s}$; $K = ½ mv^2$; $U(\mathbf{r})$ = potensiell energi (tyngde: mgh; fjær: $½ kx^2$)

$\mathbf{F} = -\nabla U$; $F_x = -\frac{\partial}{\partial x} U(x, y, z)$; $E = ½ mv^2 + U(\mathbf{r})$ + friksjonsarbeid = konstant.

Tørr friksjon: $|F_f| = \mu_s \cdot F_\perp$ eller $|F_f| = \mu_k \cdot F_\perp$; Viskøs friksjon: $\mathbf{F}_f = -k_f v$

Statisk likevekt: $\mathbf{F} = \sum_i \mathbf{F}_i = \mathbf{0}$.

Elastisk støt: $\Sigma_i \boldsymbol{p}_i$ = konstant; $\Sigma_i E_i$ = konstant. Uelastisk støt: $\Sigma_i \boldsymbol{p}_i$ = konstant.

Vinkelhastighet: $\boldsymbol{\omega} = \omega\hat{\mathbf{z}}$; $|\boldsymbol{\omega}| = \omega = \mathrm{d}\theta / \mathrm{d}t$; Vinkelakselerasjon: $\boldsymbol{\alpha} = \mathrm{d}\boldsymbol{\omega} / \mathrm{d}t$; $\alpha = \mathrm{d}\omega / \mathrm{d}t = \mathrm{d}^2\theta / \mathrm{d}t^2$.

Sirkelbevegelse: $\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$; $v = r\omega$; Sentripetalakselerasjon $a_r = -v\omega = -v^2 / r = -r\omega^2$

Baneaks.: $a_\theta = \mathrm{d}v / \mathrm{d}t = r\, \mathrm{d}\omega / \mathrm{d}t = r\alpha$.

Hookes lov: F=-kx

Svingninger:

Udempet svingning: $\ddot{x}+\omega_0^2 x=0$; $\omega_0=\sqrt{k/m}$; $T=2\pi/\omega_0$; $f_0=1/T=\omega_0/2\pi$

Pendel: $\ddot{\theta}+\omega_0^2\sin\theta=0$; Matematisk pendel: $\omega_0=\sqrt{g/l}$

Dempet svingning: $\ddot{x}+2\delta\dot{x}+\omega_0^2 x=0$ $\quad \omega_0=\sqrt{\dfrac{k}{m}}$ $\quad \delta=\dfrac{b}{2m}$

Underkritisk dempet ($\delta<\omega_0$): $x(t)=Ae^{-\delta t}\cos(\omega_d t+\theta_0)$ $\quad \omega_d=\sqrt{\omega_0^2-\delta^2}$

Tvungne svingninger:

$\ddot{x}+2\delta\dot{x}+\omega_0^2 x=a_0\cos\omega t$. Når t er stor: $x(t)=x_0\cos\left(\omega t+\phi\right)$, $x_0(\omega)=\dfrac{a_0}{\sqrt{\left(\omega_0^2-\omega^2\right)^2+4\delta^2\omega^2}}$

Bølger: $\dfrac{\partial^2 y}{\partial t^2}-v^2\dfrac{\partial^2 y}{\partial x^2}=0$ $\quad y(x,t)=f(x\pm vt)$ $\quad y(x,t)=y_0\cos(kx\pm\omega t)$

$v=\pm\dfrac{\omega}{k}$ $\quad |v|=\dfrac{\omega}{k}=\dfrac{\lambda}{T}=\lambda f$ $\quad$ Streng: $v=\sqrt{\dfrac{T}{\rho}}=\sqrt{\dfrac{F}{\mu}}$ hvor $T=\dfrac{F}{A}$ og $\mu=\rho A=\dfrac{\Delta m}{\Delta l}$

Lydbølger: $\xi(x,t)=\xi_0\cos(kx\pm\omega t)$ $\quad p_{lyd}=kv^2\rho\xi_0$

Luft: $v=\sqrt{\dfrac{B}{\rho}}=\sqrt{\dfrac{\gamma k_B T}{m}}$ $\quad$ Fast stoff: $v=\sqrt{\dfrac{E}{\rho}}$

$P=\dfrac{1}{2}\mu v\omega^2 y_0^2$ $\quad I=\dfrac{P}{A}=\dfrac{1}{2}\rho v\omega^2\xi_0^2$ $\quad I=\dfrac{1}{2}\dfrac{p_{lyd}^2}{\rho v}=\dfrac{1}{2}\dfrac{p_{lyd}^2}{\sqrt{\rho B}}$

$\beta\left(\text{i dB}\right)=10\,\log_{10}\dfrac{I}{I_{\min}}$, der $I_{\min}=10^{-12}\ \mathrm{W/m^2}$

Dopplereffekt, med positiv hastighetsretning regnet fra lytter (L) til kilde (S): $\dfrac{f_L}{v+v_L}=\dfrac{f_S}{v+v_S}$

Stående bølger på streng:

$y(t)=-A\cos(kx+\omega t)+A\cos(kx-\omega t)=2A\sin(kx)\sin(\omega t)$ $\quad L=n\dfrac{\lambda}{2}$ $\quad f_n=n\dfrac{v}{2L}$

Konstruktiv interferens: $d\sin\theta=m\lambda$ $\quad m=0,\pm1,\pm2,\ldots$

_____ Termisk fysikk: ________

n = antall mol; $N = nN_A$ = antall molekyler; f = antall frihetsgrader; $\alpha = l^{-1} dl/dT$

$Q_{in} = \Delta U + W$; $C = \dfrac{\Delta Q}{\Delta T}$ (Varmekapasiteten kan være gitt pr. masseenhet eller pr. mol)

$PV = nRT = Nk_BT$; $PV = N\frac{2}{3}\langle K\rangle$; $\langle K\rangle = \frac{1}{2}m\langle v^2\rangle = \frac{3}{2}m\langle v_x^2\rangle$; $\Delta W = P\Delta V$; $W = \int_1^2 PdV$

Størrelser pr mol: $C_V = \frac{1}{2}fR$; $C_P = \frac{1}{2}(f+2)R = C_V + R$; $dU = nC_V \cdot dT$

For ideell gass: $\gamma \equiv C_P/C_V = (f+2)/f$. Adiabat: $PV^\gamma = konst.$; $TV^{\gamma-1} = konst.$

Virkningsgrader for varmekraftmaskiner: $\varepsilon = W/Q_H$; Carnot: $\varepsilon = 1 - T_C/T_H$: Otto: $\varepsilon = 1 - 1/r^{\gamma-1}$

Kjøleskap: $\eta_K = \left|\dfrac{Q_C}{W}\right| \xrightarrow{Carnot} \dfrac{T_C}{T_H - T_C}$; Varmepumpe: $\eta_{VP} = \left|\dfrac{Q_H}{W}\right| \xrightarrow{Carnot} \dfrac{T_H}{T_H - T_C}$

Clausius: $\sum \dfrac{\Delta Q}{T} \le 0$; $\oint \dfrac{\mathrm{d}Q}{T} \le 0$; Entropi: $\mathrm{d}S = \dfrac{\mathrm{d}Q_{rev}}{T}$; $\Delta S_{12} = \int_1^2 \dfrac{\mathrm{d}Q_{rev}}{T}$; $S = k_B \ln W$

Entropiendring 1→ 2 i en ideell gass: $\Delta S_{12} = nC_V \ln(T_2/T_1) + nR\ln(V_2/V_1)$

_____ Elektrisitet og magnetisme: ________

Coulomb: $\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \dfrac{Q_1Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{\mathbf{r}}$; $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{\mathbf{r}}$; $V(r) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$.

Elektrisk felt: $\mathbf{E} = -\nabla V = -\left\langle \dfrac{\partial V}{\partial x}, \dfrac{\partial V}{\partial y}, \dfrac{\partial V}{\partial z}\right\rangle \to -\dfrac{dV}{dx}\hat{\mathbf{x}}$.

Elektrisk potensial: $\Delta V = V_b - V_a = -\int_a^b \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s}$.

1. Gauss lov: $\oint_S \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = \oint_S E_n dA = \dfrac{Q_{encl}}{\varepsilon_0}$

2. Gauss lov for magnetisme: $\oint_S \mathbf{B}\cdot d\mathbf{A} = \oint_S B_n dA = 0$

3. Faradays lov: $\oint_C \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s} = -\dfrac{d}{dt}\int_S B_n dA = -\int_S \dfrac{\partial B_n}{\partial t} dA$

4. Amperes lov: $\oint_C \mathbf{B}\cdot d\mathbf{s} = \mu_0(I + I_D)$, $\quad I_D = \varepsilon_0 \int_S \dfrac{\partial E_n}{\partial t} dA$

Fluks: $\Phi_E = \int_S \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A}$; $\Phi_M = \int_S \mathbf{B}\cdot d\mathbf{A}$.

Kapasitans: $C \equiv \dfrac{Q}{V}$ For platekondensator: $C = \dfrac{\varepsilon_0 A}{d}$. $U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}Q^2/C$.

Energitetthet: $u_E = \dfrac{U_E}{volum} = \dfrac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$; $u_B = \dfrac{U_B}{volum} = \dfrac{1}{2}\dfrac{B^2}{\mu_0}$

Biot-Savarts lov: $d\mathbf{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi} I \dfrac{d\mathbf{l}\times\hat{\mathbf{e}}_\mathbf{r}}{r^2}$ $\qquad \mathbf{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{q(\mathbf{v}\times\hat{\mathbf{e}}_\mathbf{r})}{r^2}$

Lorentzkraften: $\mathbf{F} = Q(\mathbf{E} + \mathbf{v}\times\mathbf{B})$; $d\mathbf{F} = I(d\mathbf{l}\times\mathbf{B})$

Kraft mellom to parallelle, strømførende ledere: $F = \mu_0 \frac{I_1 I_2 L}{2\pi r}$

Faradays induksjonslov: $V_{ind} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$ Selvinduksjon: $V_{ind} = -L\frac{dI}{dt}$

RC-krets: $\frac{dQ}{dt} + \frac{1}{RC}Q = 0\,;\ \ Q = Q_0 \exp\left(-t/(RC)\right);\ I = \frac{dQ}{dt} = -\frac{Q_0}{RC}\exp\left(-t/(RC)\right)$

RL-krets: $\frac{dI}{dt} + \frac{R}{L}I = \frac{V}{R};\ I = \frac{V}{R}\left(1 - \exp\left(-\frac{R}{L}t\right)\right)$

LC-krets: $\frac{d^2Q}{dt^2} + \frac{1}{LC}Q = 0\,;\ Q = A\cos\left(\omega t - \psi\right);\qquad \omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$

RLC-krets: $\frac{d^2Q}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dQ}{dt} + \frac{1}{LC}Q = 0 \qquad Q = A\exp\left(-\frac{R}{2L}\right)\cos\left(\omega' t - \varphi\right);\ \omega' = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$