Bokmål

Kandidatnr………………..

Studieretning……………...

Side……………………….

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for fysikk, NTNU

Faglig kontakt under eksamen:
Navn: Tore Lindmo
Tlf.: 911 47 844

KONTINUASJONSEKSAMEN I EMNE TFY4102 - FYSIKK

Fredag 13. august 2010
Tid: 0900-1300

Tillatte hjelpemidler: Kode C:
Typegodkjent kalkulator, med tomt minne
K. Rottmann: Matematisk Formelsamling
S. Barnett & T.M. Cronin: Mathematical Formulae

Eksamenssettet er utarbeidet av førsteamanuensis Dag W. Breiby og professor Tore Lindmo og består av:

Forsiden (denne siden) som skal leveres inn som svar på flervalgsoppgaven (Oppgave 4).

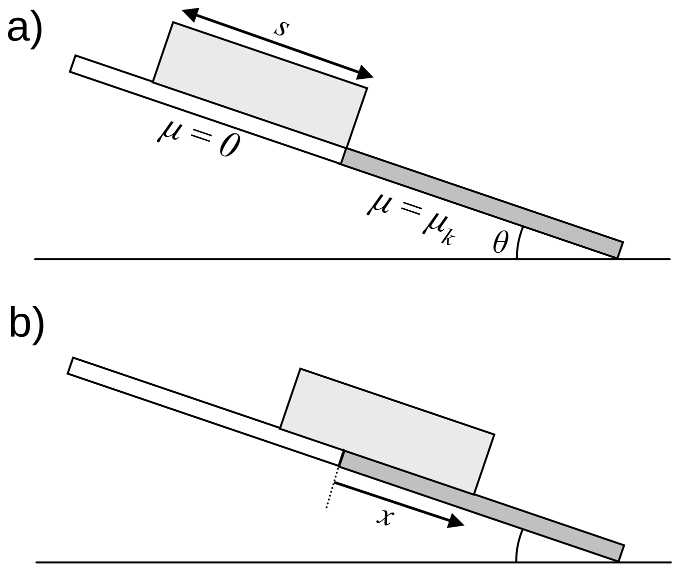
Hvert delspørsmål a) b) etc. i oppgavene 1-3 teller likt, med til sammen 75 % for alle 12 delspørsmål. Oppgave 4 med flervalgsspørsmål teller 25 %.

Ved besvarelsen av flervalgsspørsmål skal bare ett av svaralternativene angis. Riktig svar gir 1 poeng, feil svar 0 poeng.

Svar på flervalgsspørsmål i Oppgave 4
(riv av denne siden og lever den sammen med besvarelsen)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Oppgave 1. Kloss på stripete skråplan



En kloss med masse m og lengde s sklir nedover et skråplan. Skråplanet har et friksjonsfritt område, og et område hvor friksjonskoeffisienten mellom klossen og skråplanet er μ_k. Vi definerer $x = 0$ til å være posisjonen hvor den nederste kanten av klossen ligger på grensen mellom det glatte og det ru underlaget (som vist i a)). Vi ser bort fra komplikasjoner med statisk friksjon i denne oppgaven.

a) Vis at akselerasjonen til en kloss langs et generelt skråplan med friksjonskoeffisient μ_k er gitt ved $a = g(\sin\theta - \mu_k \cos\theta)$.

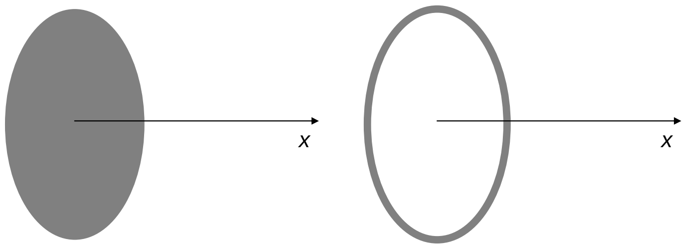
   Begrunn at for $x \in (0, s)$ kan friksjonen i systemet vist i figuren modelleres med en effektiv friksjonskoeffisient $\mu_{eff}(x) = C \cdot x$, og bestem konstanten C.

   Finn også uttrykk for μ_{eff} i områdene $x < 0$, og $x > s$.

b) Klossen holdes i ro og slippes fra $x = 0$. Etter å ha sklidd en strekning $x_0 < s$ antas klossens akselerasjon å være lik 0. Finn et uttrykk for x_0. Tegn fritt legeme kraft-diagram som viser kreftene som virker på klossen ved $x = x_0$.

c) Bruk energibetraktninger til å bestemme den totale strekningen x_{tot} klossen sklir før den stopper. Det forutsettes at $x_{tot} \leq s$. Vis at denne forutsetningen leder til et uttrykk for minimumsverdien av μ_k.

Oppgave 2. Elektrisk potensial fra skiver og ringer



Det kan vises at det elektriske potensialet på aksen i avstand x fra en skive ("disk") med radius R og flateladningstetthet σ (per arealenhet) er gitt ved

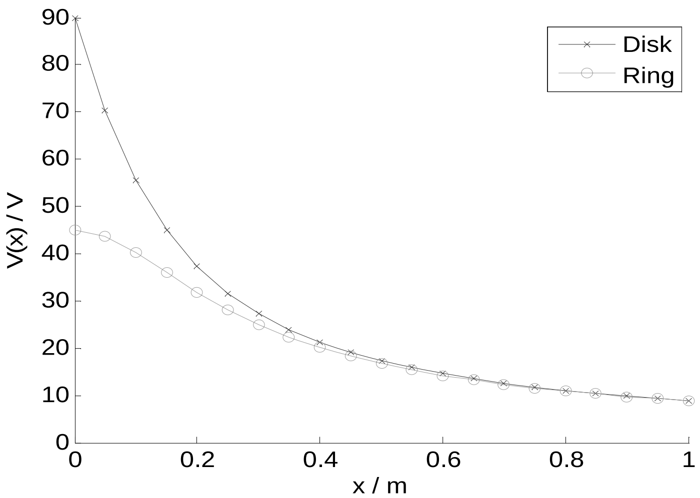
$$V_D = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{x^2+R^2} - x\right), \quad x > 0.$$

Potensialet fra en ring, også med radius R, og ladningstetthet λ (per lengdeenhet) er gitt ved

$$V_R = \frac{1}{2\varepsilon_0}\frac{\lambda R}{\sqrt{x^2+R^2}}, x \in (-\infty, \infty).$$

I begge tilfeller beskriver ligningen feltet på symmetriaksen i vakuum, og x angir avstanden fra senteret av skiven (eller ringen), som vist i figuren.

a) Skriv om uttrykkene for V_D og V_R med totalladningen Q i stedet for σ og λ.



b) Vis at i grensetilfellet $x \rightarrow \infty$ er V_R gitt ved

$$V_R = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{x}$$

Finn også et uttrykk for V_D i grensen $x \rightarrow \infty$.
Kommenter svarene.

Vi antar i resten av oppgaven at disken og ringen har like store ladninger, Q = 1,0 nC, og at R = 0,3 m. Potensialet for skiven og ringen for disse parameterne er plottet i figuren ovenfor. I resten av oppgaven gjør et elektron nytten som testpartikkel.

c) Vi lar potensialet være gitt ved V_R. Finn kraften (uttrykk og tallsvar) som virker på testpartikkelen når den er i posisjon x = 0,2 m.

d) Hvor stort arbeid må utføres for å flytte partikkelen fra x = 0,2 m til x = 1,0 m? Hvis elektronet slippes ved x = 1,0 m, hvor stor hastighet har det når det passerer x = 0,2 m?

Oppgitt: $(1+x)^{\frac{1}{2}} \approx 1+\frac{1}{2}x$ for små x.

Oppgave 3. Varmekraftmaskin

En prosess med ett mol av en ideell én-atomig gass starter ved A med p_A = 1,0 atm (=1,01325·10^5 Pa) og T_A = 127 ºC, og kjøres gjennom følgende Carnot-prosess ABCDA: isoterm ekspansjon til to ganger det opprinnelige volumet ved B ($V_B = 2V_A$), adiabatisk ekspansjon til C med $V_C = 3V_A$, isoterm komprimering til D, og adiabatisk komprimering tilbake til utgangspunktet A.

a) Finn uttrykk og tallsvar (med SI-enheter) for tilstandsvariablene p_B, p_C, V_A og T_C.

b) Skissér prosessen i et pV-diagram.

c) Prosess-trinnene CD og DA kan beskrives ved ligningene

CD: $$p(V) = p_C \frac{V_C}{V}$$

DA: $$p(V) = p_A \left(\frac{V_A}{V}\right)^{\gamma}$$

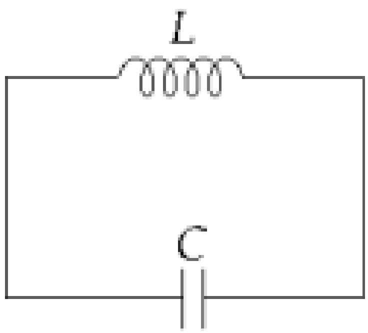
Bruk dette til å finne uttrykk og tallsvar for p_D og V_D.

d) Finn et uttrykk for Q_{varm}.

e) Regn ut varmekraftmaskinens virkningsgrad, og bruk dette til å finne arbeidet utført per syklus (uttrykk og tallsvar).

Oppgave 4. Flervalgsoppgaver

1.



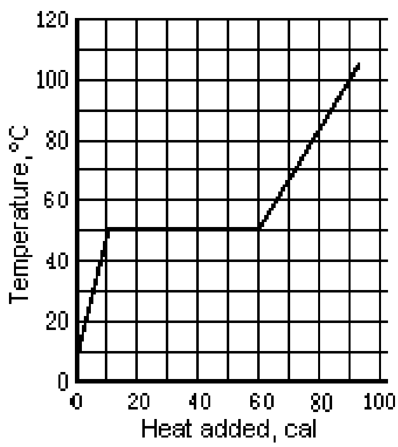
Differensialligningen for den viste kretsen er

$L\, dI/dt + Q/C = 0$

Siden $I = dQ/dt$, er løsningen til differensialligningen

A) En bølge.
B) En konstant strøm.
C) En simpel harmonisk oscillator.
D) En eksponentiell avtagende prosess.
E) En eksponentiell økende prosess.

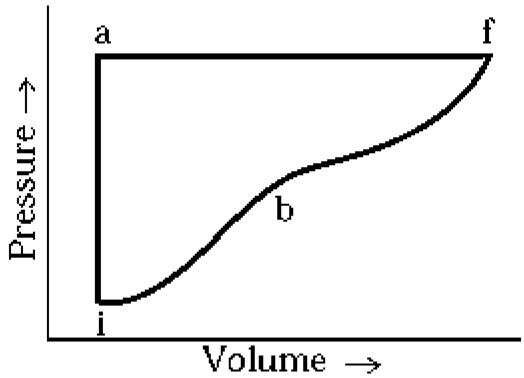
Bruk figuren under til å besvare følgende spørsmål:



2. Grafen ovenfor viser temperaturen i en 1,0 g materialprøve som tilføres varme. Materialet er i begynnelsen et fast stoff, ved temperatur 10ºC. Trykket forblir konstant, og det skjer ingen kjemiske forandringer. Stoffets smeltepunkttemperatur er
A) 10ºC B) 100ºC C) 60ºC D) 73ºC E) Ingen av svarene A-D er korrekt.

3. Hva er faseforskjellen på et gitt tidspunkt mellom to punkter i en bølge som er 1,52 m fra hverandre (i bølgeretningen), hvis bølgelengden er 2,13 m?
   A) 0,430 rad B) 2,70 rad C) 4,48 rad D) 44,0 rad E) 119 rad

4.



Et system bestående av en ideell gass endres fra begynnelsestilstand i til slutt-tilstand f gjennom prosessveiene iaf og ibf. Varmemengden som tilføres ved prosessen iaf er Q_{iaf} = 50 J, og arbeidet langs iaf er W_{iaf} = 20 J. Hvis varmemengden som tilføres langs ibf er Q_{ibf} = 40 J, så er arbeid utført av systemet, W_{ibf}, lik
A) 10 J B) 20 J C) 30 J D) 40 J E) 50 J

5. Indre energi i et fast stoff avhenger av antall frihetsgrader for energiopptak som er tilgjengelig for hvert atom. Hvilket av følgende utsagn er korrekt angående slike frihetsgrader i et fast stoff?
   A) Tre skyldes translasjon, to skyldes rotasjon og en skyldes vibrasjon.
   B) Tre representerer kinetisk, og tre representerer potensiell energi fra vibrasjoner.
   C) Tre skyldes translasjon, og to skyldes rotasjon.
   D) Det er tre, og alle representerer translasjonsbevegelse.
   E) Tre skyldes vibrasjon, og tre rotasjon.

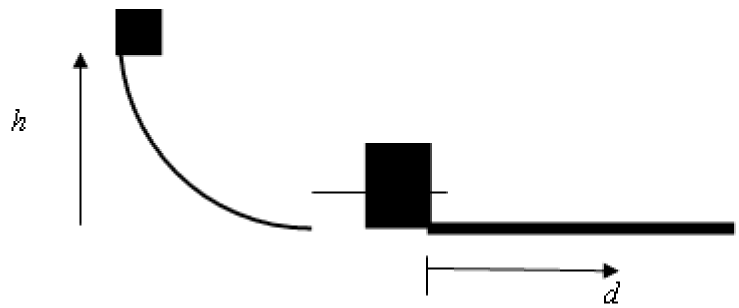
6. Hvis du har et kjøleskap som står på med åpen dør i rommet ditt, så vil temperaturen i rommet
   A) stige.
   B) forbli konstant.
   C) avta.
   D) stige, forbli konstant eller avta, avhengig av virkningsgraden (effektfaktoren) for kjøleskapet.
   E) stige, forbli konstant eller avta, avhengig av forholdet mellom volumet av kjøleskapet og volumet av rommet.

7. Et kjøleskap med virkningsgrad (effektfaktor) 5,0 fjerner en varmemengde på 25 kJ fra et lavtemperaturreservoar. Hvis denne kjøleskapsprosessen er reversibel og kjøres baklengs som en varmekraftmaskin, hva blir da virkningsgraden for denne varmekraftmaskinen?
A) 50% B) 80% C) 83% D) 17% E) 20%

8. En varmemengde Q fjernes fra et høytemperatur-reservoar ved absolutt temperatur T og føres til et lavtemperatur-reservoar ved absolutt temperatur $T/2$. Dette resulterer i en entropiøkning S for det kalde reservoaret. Hva blir den totale entropiendringen for universet?
A) S B) 0 C) $-S$ D) $2S$ E) $S/2$

9. En kraft $\vec{F}$ skyver en kasse bortover en horisontal flate, mot en friksjonskraft $\vec{F}_f$. Hvis kassen forflyttes med konstant hastighet en distanse **s,** så vil arbeidet som utføres av resultantkraften på kassen
A) bli lik arbeidet utført av friksjonskraften $\vec{F}_f$.
B) være gitt av uttrykket $W = \vec{F} \cdot \vec{s}$.
C) resultere i økt kinetisk energi for kassen.
D) resultere i økt potensiell energi for kassen.
E) være lik null.

10.



En blokk med masse 5 kg glir ned en friksjonsfri bane fra høyde h=1,5 m og kolliderer med en annen blokk med masse 8 kg. De to blokkene blir sittende sammen etter støtet og glir videre på en overflate som gir kinetisk friksjonskoeffisient 0,65. Idet blokkene stopper har de glidd en distanse d på den horisontale flaten, og denne distansen er
A) 3,4 m B) 0,22 m C) 2,3 m D) 0,34 m E) 0,16 m

Formelliste for emnet TFY4102 Fysikk, våren 2010.

Vektorstørrelser er i **uthevet** skrift. Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning forutsettes å være kjent.

Fysiske konstanter:

Ett mol: $M(^{12}C) = 12$ g	$1u = 1.6605 \cdot 10^{-27}$ kg	$N_A = 6.0221 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}
$k_B = 1.3807 \cdot 10^{-23}$ J/K	$R = N_A\, k_B = 8.3145$ J mol^{-1} K^{-1}	$0^oC = 273.15$ K
$\varepsilon_0 = 8.8542 \cdot 10^{-12}$ C^2/Nm^2	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ N/A^2	
$e = 1.6022 \cdot 10^{-19}$ C	$m_e = 9.1094 \cdot 10^{-31}$ kg	
$c = 2.9997 \cdot 10^8$ m/s	$h = 6.6261 \cdot 10^{-34}$ Js	$g = 9.81$ m/s^2

Mekanikk:

$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F}(\mathbf{r},t)$, der $\mathbf{p}(\mathbf{r},t) = m\mathbf{v} = m\mathrm{d}\mathbf{r}/\mathrm{d}t$; $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$.

Konstant a: $v = v_0 + at$; $s = s_0 + v_0t + ½\, at^2$; $2as = v^2 - v_0^2$

$\mathrm{d}W = \mathbf{F} \cdot \mathrm{d}\mathbf{s}$; $K = ½\, mv^2$; $U(\mathbf{r})$ = potensiell energi (tyngde: mgh; fjær: $½\, kx^2$)

$\mathbf{F} = -\nabla U$; $F_x = -\frac{\partial}{\partial x}U(x,y,z)$; $E = ½\, mv^2 + U(\mathbf{r}) + U_{int}$ = konstant.

(I formelen over er U_{int} indre energi pga av varme generert av utført friksjonsarbeid)

Tørr friksjon: $|F_f| = \mu_s \cdot F_\perp$ eller $|F_f| = \mu_k \cdot F_\perp$; Viskøs friksjon: $\mathbf{F}_f = -k_f\boldsymbol{v}$

Statisk likevekt: $\mathbf{F} = \sum_i \mathbf{F}_i = \mathbf{0}$.

Elastisk støt: $\Sigma_i\, \boldsymbol{p}_i$ = konstant; $\Sigma_i\, E_i$ = konstant. Uelastisk støt: $\Sigma_i\, \boldsymbol{p}_i$ = konstant.

Vinkelhastighet: $\boldsymbol{\omega} = \omega\hat{\mathbf{z}}$; $|\boldsymbol{\omega}| = \omega = \mathrm{d}\theta / \mathrm{d}t$; Vinkelakselerasjon: $\boldsymbol{\alpha} = \mathrm{d}\boldsymbol{\omega} / \mathrm{d}t$; $\alpha = \mathrm{d}\omega / \mathrm{d}t = \mathrm{d}^2\theta / \mathrm{d}t^2$.

Sirkelbevegelse: $\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$; $v = r\omega$; Sentripetalakselerasjon $a_r = -v\omega = -v^2 / r = -r\omega^2$

Baneaks.: $a_\theta = \mathrm{d}v / \mathrm{d}t = r\, \mathrm{d}\omega / \mathrm{d}t = r\alpha$.

Hookes lov: F=-kx

Svingninger:

Udempet svingning: $\ddot{x}+\omega_0^2 x=0$; $\omega_0=\sqrt{k/m}$; $T=2\pi/\omega_0$; $f_0=1/T=\omega_0/2\pi$

Pendel: $\ddot{\theta}+\omega_0^2\sin\theta=0$; Matematisk pendel: $\omega_0=\sqrt{g/l}$

Dempet svingning: $\ddot{x}+2\delta\dot{x}+\omega_0^2 x=0$ $\quad \omega_0=\sqrt{\dfrac{k}{m}}$ $\quad \delta=\dfrac{b}{2m}$

Underkritisk dempet ($\delta<\omega_0$): $x(t)=Ae^{-\delta t}\cos(\omega_d t+\theta_0)$ $\quad \omega_d=\sqrt{\omega_0^2-\delta^2}$

Tvungne svingninger:

$\ddot{x}+2\delta\dot{x}+\omega_0^2 x=a_0\cos\omega t$. Når t er stor: $x(t)=x_0\cos\left(\omega t+\phi\right)$, $x_0(\omega)=\dfrac{a_0}{\sqrt{\left(\omega_0^2-\omega^2\right)^2+4\delta^2\omega^2}}$

Bølger: $\dfrac{\partial^2 y}{\partial t^2}-v^2\dfrac{\partial^2 y}{\partial x^2}=0$ $\quad y(x,t)=f(x\pm vt)$ $\quad y(x,t)=y_0\cos(kx\pm\omega t)$

$v=\pm\dfrac{\omega}{k}$ $\quad |v|=\dfrac{\omega}{k}=\dfrac{\lambda}{T}=\lambda f$ $\quad$ Streng: $v=\sqrt{\dfrac{T}{\rho}}=\sqrt{\dfrac{F}{\mu}}$ hvor $T=\dfrac{F}{A}$ og $\mu=\rho A=\dfrac{\Delta m}{\Delta l}$

Lydbølger: $y(x,t)=A\cos(kx\pm\omega t)=y_0\cos(kx\pm\omega t)$

$B=\dfrac{-p(x,t)}{dV/V}$ $\quad p(x,t)=-B\dfrac{\partial y(x,t)}{\partial x}$ $\quad p_{\max}=BkA=kv^2\rho A$

Luft: $v=\sqrt{\dfrac{B}{\rho}}=\sqrt{\dfrac{\gamma k_B T}{m}}$ $\quad$ Fast stoff: $v=\sqrt{\dfrac{Y}{\rho}}$

$P=\dfrac{1}{2}\mu v\omega^2 y_0^2$ $\quad I=\dfrac{P}{A}=\dfrac{1}{2}\rho v\omega^2 y_0^2$ $\quad I=\dfrac{1}{2}\dfrac{p_{\max}^2}{\rho v}=\dfrac{1}{2}\dfrac{p_{\max}^2}{\sqrt{\rho B}}$

$\beta(\text{i dB})=10\,\log_{10}\dfrac{I}{I_{\min}}$, der $I_{\min}=10^{-12}\ \mathrm{W/m^2}$

Dopplereffekt, med positiv hastighetsretning regnet fra lytter (L) til kilde (S): $\dfrac{f_L}{v+v_L}=\dfrac{f_S}{v+v_S}$

Stående bølger på streng:

$y(t)=-A\cos(kx+\omega t)+A\cos(kx-\omega t)=2A\sin(kx)\sin(\omega t)$ $\quad L=n\dfrac{\lambda}{2}$ $\quad f_n=n\dfrac{v}{2L}$

Konstruktiv interferens: $d\sin\theta=m\lambda$ $\quad m=0,\pm1,\pm2,\ldots$

Termisk fysikk:

n = antall mol; $N = nN_A$ = antall molekyler; f = antall frihetsgrader; $\alpha = l^{-1} dl / dT$

$Q_{in} = \Delta U + W$; $C = \dfrac{\Delta Q}{\Delta T}$ (Varmekapasiteten kan være gitt pr. masseenhet eller pr. mol)

$$PV = nRT = Nk_BT \,; PV = N\frac{2}{3}\langle K\rangle ; \langle K\rangle = \frac{1}{2}m\langle v^2\rangle = \frac{3}{2}m\langle v_x^2\rangle ; \Delta W = P\Delta V \,; W = \int_1^2 PdV$$

Størrelser pr mol: $C_V = \frac{1}{2} fR$; $C_P = \frac{1}{2}(f+2)R = C_V + R$; $dU = nC_V \cdot dT$

For ideell gass: $\gamma \equiv C_P / C_V = (f+2)/f$. Adiabat: $PV^\gamma = konst.$; $TV^{\gamma-1} = konst.$

Virkningsgrader for varmekraftmaskiner: $\varepsilon = W / Q_H$; Carnot: $\varepsilon = 1 - T_C / T_H$: Otto: $\varepsilon = 1 - 1/r^{\gamma-1}$

Kjøleskap: $\eta_K = \left|\dfrac{Q_C}{W}\right| \xrightarrow{Carnot} \dfrac{T_C}{T_H - T_C}$; Varmepumpe: $\eta_{VP} = \left|\dfrac{Q_H}{W}\right| \xrightarrow{Carnot} \dfrac{T_H}{T_H - T_C}$

Clausius: $\sum \dfrac{\Delta Q}{T} \le 0$; $\oint \dfrac{dQ}{T} \le 0$; Entropi: $dS = \dfrac{dQ_{rev}}{T}$; $\Delta S_{12} = \int_1^2 \dfrac{dQ_{rev}}{T}$; $S = k_B \ln W$

Entropiendring 1 → 2 i en ideell gass: $\Delta S_{12} = nC_V \ln(T_2/T_1) + nR\ln(V_2/V_1)$

Elektrisitet og magnetisme:

Coulomb: $\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \dfrac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{\mathbf{r}}$; $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{\mathbf{r}}$; $V(r) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$.

Elektrisk felt: $\mathbf{E} = -\nabla V = -\left\langle \dfrac{\partial V}{\partial x}, \dfrac{\partial V}{\partial y}, \dfrac{\partial V}{\partial z} \right\rangle \to -\dfrac{dV}{dx}\hat{\mathbf{x}}$.

Elektrisk potensial: $\Delta V = V_b - V_a = -\int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$.

1. Gauss lov: $\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \oint_S E_n dA = \dfrac{Q_{encl}}{\varepsilon_0}$

2. Gauss lov for magnetisme: $\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = \oint_S B_n dA = 0$

3. Faradays lov: $\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\dfrac{d}{dt}\int_S B_n dA = -\int_S \dfrac{\partial B_n}{\partial t} dA$

4. Amperes lov: $\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 (I + I_D)$, $\quad I_D = \varepsilon_0 \int_S \dfrac{\partial E_n}{\partial t} dA$

Fluks: $\Phi_E = \int_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}$; $\Phi_M = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$.

Kapasitans: $C \equiv \dfrac{Q}{V}$ For platekondensator: $C = \dfrac{\varepsilon_0 A}{d}$. $U = \dfrac{1}{2}CV^2 = \dfrac{1}{2}Q^2 / C$.

Energitetthet: $u_E = \dfrac{U_E}{volum} = \dfrac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$; $u_B = \dfrac{U_B}{volum} = \dfrac{1}{2}\dfrac{B^2}{\mu_0}$

Biot-Savarts lov: $d\mathbf{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi} I \dfrac{d\mathbf{l} \times \hat{\mathbf{e}}_\mathbf{r}}{r^2}$ $\quad \mathbf{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{q(\mathbf{v} \times \hat{\mathbf{e}}_\mathbf{r})}{r^2}$

Lorentzkraften: $\mathbf{F} = Q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$; $d\mathbf{F} = I(d\mathbf{l} \times \mathbf{B})$

Kraft mellom to parallelle, strømførende ledere: $F = \mu_0 \dfrac{I_1 I_2 L}{2\pi r}$

Faradays induksjonslov: $V_{ind} = -\dfrac{d\Phi_B}{dt}$ Selvinduksjon: $V_{ind} = -L\dfrac{dI}{dt}$

RC-krets: $\dfrac{dQ}{dt} + \dfrac{1}{RC}Q = 0$; $Q = Q_0 \exp\left(-t/(RC)\right)$; $I = \dfrac{dQ}{dt} = -\dfrac{Q_0}{RC}\exp\left(-t/(RC)\right)$

RL-krets: $\dfrac{dI}{dt} + \dfrac{R}{L}I = \dfrac{V}{L}$; $I = \dfrac{V}{R}\left(1 - \exp\left(-\dfrac{R}{L}t\right)\right)$

LC-krets: $\dfrac{d^2Q}{dt^2} + \dfrac{1}{LC}Q = 0$; $Q = A\cos\left(\omega t - \psi\right)$; $\omega = \sqrt{\dfrac{1}{LC}}$

RLC-krets: $\dfrac{d^2Q}{dt^2} + \dfrac{R}{L}\dfrac{dQ}{dt} + \dfrac{1}{LC}Q = 0$ $Q = A\exp\left(-\dfrac{R}{2L}\right)\cos\left(\omega' t - \varphi\right)$; $\omega' = \sqrt{\dfrac{1}{LC} - \dfrac{R^2}{4L^2}}$