TFY4125 Fysikk Løsningsforslag til eksamen 21. mai 2024

1C) 1 kWh = $1000 \cdot 3600$ J = 3.6 MJ slik at prisen var 5.93/3.6 kr/MJ = 1.647 kr/MJ. For 100 kr fikk du dermed 100/1.647 MJ = 60.7 MJ.

2E) Middelverdi: $\overline{m} = (142.3 + 140.1 + 139.9 + 141.2 + 141.9)/5$ g $= 141.08$ g. Standardavvik: $\delta_m = \sqrt{\sum_i (m_i - \overline{m})^2/(N-1)} = 1.1$ g.

3B) $y(t) = v_0 t \sin\theta - gt^2/2$ og $x(t) = v_0 t \cos\theta$. Med $\theta = 30°$ og $y = 0$ blir tidspunktet for landing $t = v_0/g$ og $x = (v_0^2/g)\cos\theta = 8.5$ m.

4A) $d\omega/dt = \omega_0^2 \exp(-\omega_0 t)$ som ved $t = 0$ har verdien $\omega_0^2 = 0.25$ rad/s^2.

5D) $0.30 = 0.50 \cdot (1 - \exp(-t/2))$ gir $t = 2\ln(5/2)$ s $= 1.8$ s.

6D) Total rotert vinkel etter en tid t er

$$\phi(t) = \int_0^t \omega(t)dt = \omega_0 t + \exp(-\omega_0 t) - 1.$$

Heltallsverdien av $\phi(t)/2\pi$ gir oss antall hele runder rotert etter en tid t, og setter vi inn $t = 480$ s, finner vi $\phi/2\pi = 38.04$, dvs 38 hele runder.

7F) $\tan\beta = dy/dx = -ky_0(\sin kx + \cos kx)$, som i startposisjonen $x = 0$ er $-ky_0 = -\pi/5$. Dermed er $|\beta| = \arctan(\pi/5) = 32°$.

8F) Energibevarelse gir $mg(y_0 - y) = 7mv^2/10$, dvs $v = \sqrt{10g(y_0 - y)/7}$. Innsetting av oppgitt verdi $x = 3/8$ m gir $y = -0.1414$ m i banens laveste punkt, med tilhørende fart 184 cm/s.

9C) Kula snur når den har oppnådd starthøyden y_0. Dette må være like langt til høyre for bunnpunktet i $x = 3/8$ m som startposisjonen er til venstre for bunnpunktet. Følgelig snur kula i $x = 3/4$ m.

10D) På 2 timer har jorda rotert en vinkel $\phi_J = 2\pi/12 = \pi/6$ rad, den ene veien. Dermed må satellitten rotere en vinkel $\phi_S = 11 \cdot 2\pi/12 = 11\pi/6$ rad den andre veien på samme tid, for å være rett over stedet ved ekvator den hadde under seg for to timer siden. Det er gravitasjonskraften GMm/r^2 som gir satellitten den nødvendige sentripetalakselerasjonen $v^2/r = \omega^2 r$. N2 gir da $GM = \omega^2 r^3$, dvs $r = (GM/\omega^2)^{1/3}$. Satellittens vinkelfart er $\omega = 11\pi/(6 \cdot 2 \cdot 3600)$ rad/s som med oppgitte tallverdier for G (i formelarket) og M (i oppgaven) gir $r = 8537$ km.

11A) Tyngdens komponent $mg\sin\beta$ langs skråplanet og friksjonskraften $\mu N = \mu mg\cos\beta$ er begge rettet nedover. Dette er da lineær bevegelse med konstant akselerasjon (i absoluttverdi) $a = g(\sin\beta + \mu\cos\beta)$. Tallverdiene $\beta = 17°$ og $g = 9.81$ m/s^2 gir $a = 4.9$ m/s^2. (Som ventet hadde massen og startfarten ingen betydning.)

12B) N1 gir $\alpha v_t^2 = mg$, dvs $K = mv_t^2/2 = m^2 g/2\alpha$. Kulene har samme volum, slik at K er proporsjonal med ρ^2. Dermed: $K(\mathrm{Fe})/K(\mathrm{Al}) = (7.86/2.70)^2 = 8.5$.

13D) $X_{\mathrm{CM}} = Y_{\mathrm{CM}} = (\sum_i m_i x_i)/\sum_i m_i) = 22a/21$ slik at $R_{\mathrm{CM}} = \sqrt{X_{\mathrm{CM}}^2 + Y_{\mathrm{CM}}^2} = \sqrt{2} \cdot 22a/21 = 1.48a$.

14D) $I_z = \sum_i m_i r_i^2$. Massenes avstand til z-aksen er $3\sqrt{2}a$ for m og $6m$, $2\sqrt{2}a$ for $2m$ og $5m$, og $\sqrt{2}a$ for $3m$ og $4m$. Dermed: $I_z = 7m \cdot (18a^2 + 8a^2 + 2a^2) = 196ma^2$.

15A) For hele kula: $I_0^{\rm hel} = 4MR^2/5$. Dermed, for halve kula mhp samme akse, dvs gjennom sentrum av den plane flaten og parallelt med denne: $I^{\rm halv} = I_0^{\rm hel}/2 = 2MR^2/5$. Og endelig, med Steiners sats: $I_0^{\rm halv} = I^{\rm halv} - M(3R/8)^2 = 83MR^2/320 = 0.26MR^2$.

16B) Her er startmassen $m = 3.04 \cdot 10^6$ kg og $|u| = 2580$ m/s slik at med oppgitt "N2" for raketten: $|dm/dt| = (mdv/dt + mg)/|u| = 1.20mg/|u| = 1.39 \cdot 10^4$ kg/s. (Her er absoluttverditegn satt på både dm/dt og u siden begge strengt tatt opptrer som negative størrelser når rakettens bevegelsesligning utledes med utgangspunkt i impulsbevarelse.)

17F) N2 gir $MV = F\tau$, dvs $V = F\tau/M$. N2 for rotasjon om CM gir $F(R/3)\tau = I_0\omega$, der $I_0 = MR^2/2$. Dvs $\omega = 2F\tau/3MR$, dvs $\omega R = 2F\tau/3M$. Maksimal hastighet på periferien: $v_{\rm max} = V + \omega R = 5F\tau/3M$. Minimal hastighet på periferien: $v_{\rm min} = V - \omega R = F\tau/3M$. Dvs, $v_{\rm max}/v_{\rm min} = 5$.

18E) Total mekanisk energi er bevart. Da er $mv_0^2/2 + kx_0^2/2 = kx_{\rm max}^2/2$, dvs $x_{\rm max} = \sqrt{x_0^2 + mv_0^2/k}$.

19F) Tiden t er gitt ved $\exp(-\gamma t) = 1/10$, med $\gamma = b/2m$. Dermed: $t = (2m/b)\ln 10 = 4.6m/b$.

20B) Avstanden fra CM til aksen A er $d = \sqrt{2}L/4$. Da er, med Steiners sats, $I_A = ML^2/6 + ML^2/8 = 7ML^2/24$. Dermed: $T = 2\pi\sqrt{I_A/Mgd} = 2\pi\sqrt{7L/6\sqrt{2}g}$ som med $L = 0.50$ m er $T = 1.3$ s.

21A) Med $Q = 1.0$ nC og $d = 1.0$ mm: $E = (Q/4\pi\varepsilon_0 d^2)(1/4 - 1/9) = 5Q/144\pi\varepsilon_0 d^2 = 1.25$ MV/m.

22F) N2 gir $a = F/m = 2Q^2/4\pi\varepsilon_0(d/2)^2 m = 8Q^2/4\pi\varepsilon_0 d^2 m = 72$ m/s^2.

23E) Med $\lambda = Q/L$: $E(2L) = (\lambda/4\pi\varepsilon_0)\int_0^L dx/(2L-x)^2$. Integralet er $1/(2L-L) - 1/(2L-0) = 1/2L$ slik at $E(2L) = Q/8\pi\varepsilon_0 L^2 = 4.5$ MV/m.

24B) $p = \sum_i q_i x_i = 0 + Qa - 2Qa + 3Qa = 2Qa$.

25C) $V(4a) = (Q/4\pi\varepsilon_0 a) \cdot (1 - 1/2 + 1/3 - 1/4) = 7Q/48\pi\varepsilon_0 a$.

26A) Vi summerer opp U_{ij} for de 6 unike ladningsparene: $U = (Q^2/4\pi\varepsilon_0 a) \cdot (-1 + 1/2 - 1/3 - 1 + 1/2 - 1) = -7Q^2/12\pi\varepsilon_0 a$.

27E) Elektrisk felt er i de tre områdene mellom $x = 0$ og $x = 3d$ (der negativt fortegn betyr at feltet peker i negativ x-retning, og $E_0 = \sigma/\varepsilon_0$): $-E_0$ for $0 < x < d$, E_0 for $d < x < 2d$, $-E_0$ for $2d < x < 3d$. Dermed øker potensialet lineært fra $V = 0$ til $V = E_0 d$ fra $x = 0$ til $x = d$, for deretter å avta lineært til $V = E_0 d/2 = \sigma d/2\varepsilon_0$ i $x = 3d/2$.

28C) Med oppgitte regler (formelarket) for parallell- og seriekobling av kapasitanser: $C = (1/(5.0 + 5.0) + 1/30)^{-1}$ μF $= 7.5$ μF.

29B) Den dielektriske kula polariseres i feltet fra det positivt ladde ionet i sentrum. Det induserte feltet er motsatt rettet feltet fra ionet, slik at det totale elektriske feltet blir en faktor $1/\varepsilon_r$ svakere enn om dielektrikumet ikke var til stede: $E = Q/4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0 d^2$ som med $Q = 3e$, $\varepsilon_r = 7.45$ og $d = 100$ nm blir $E = 58$ kV/m.

30E) Total motstand er $(1/2.5 + 1/3.5 + 1/4.5 + 1/5.5)^{-1}\,\Omega = 0.9176\,\Omega$. Da blir total strøm $I = 12/0.9176$ A $= 13$ A.

31D) $P = VI = V^2/R = 12^2/2.5$ W $= 58$ W.

32A) Energibevarelse gir farten v etter akselerasjon med spenning $V = 22$ kV: $m_p v^2/2 = e \cdot V$, dvs $v = \sqrt{2eV/m_p} = \sqrt{(2 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 22000)/(1.67 \cdot 10^{-27})}$ m/s $= 2.053 \cdot 10^6$ m/s. Newtons 2. lov, med kraft $F = evB$ og sentripetalakselerasjon v^2/r, gir deretter baneradius $r = m_p v/eB = (1.67 \cdot 10^{-27} \cdot 2.053 \cdot 10^6)/(1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 6.0)$ m $= 0.0036$ m $= 3.6$ mm.

33D) I stor avstand fra en magnetisk dipol avtar feltstyrken proporsjonalt med en over avstanden opphøyd i tredje potens. Dermed vil en dobling av avstanden fra 1.0 m til 2.0 m redusere feltstyrken med en faktor 1/8, dvs feltstyrken i avstand 2.0 m er 4 mT.

34C) Maksimal magnetisering må tilsvare at samtlige atomer har sitt magnetiske dipolmoment, $2\mu_B$, i samme retning. Vi må finne ut hvor stort volum hvert atom okkuperer, og med oppgitte størrelser og tallverdier er dette $55.9/7.86 \cdot 6.02 \cdot 10^{23}$ cm$^3 = 1.181 \cdot 10^{-29}$ m^3. Dermed: $M_{\max} = 2 \cdot 9.27 \cdot 10^{-24}/1.181 \cdot 10^{-29}$ A/m $= 1.57$ MA/m.

35F) Med antagelse om lineær respons er $\mu_r = B/B_0$, der $B_0 = \mu_0 n I_0$ er feltet inni spolen pga spolestrømmen I_0 og $B = \mu_r B_0 = \mu_r \mu_0 n I_0$ er det totale feltet inni spolen, pga spolestrømmen *og* magnetiseringsstrømmen I_m pr vikling av spoletråden. (n er antall viklinger pr lengdeenhet.) Dermed: $B = \mu_r \mu_0 n I_0 = B_0 + B_m = \mu_0 n I_0 + \mu_0 n I_m$, dvs $I_m = (\mu_r - 1) I_0 (\simeq \mu_r I_0) = 1349 \cdot 65$ mA $= 88$ A.

36C) $L = N^2 \mu A/l = 3200^2 \cdot 1350 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 4.0 \cdot 10^{-4}/0.20$ H $= 35$ H.

37C) $\langle P \rangle = \langle V(t) I(t) \rangle$ med $V(t) = V_0 \sin \omega t$ og $I(t) = V(t)/R = (V_0/R) \sin \omega t$. Dermed: $\langle P \rangle = (V_0^2/R) \langle \sin^2 \omega t \rangle = V_0^2/2R = 3.0$ W.
Her kunne vi uten videre sette $\langle \sin^2 \omega t \rangle = 1/2$ fordi åpenbart er $\langle \sin^2 \omega t \rangle = \langle \cos^2 \omega t \rangle$ og $\langle \sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t \rangle = \langle 1 \rangle = 1$.

38E) $V_2 - V_1 = V_0[\sin(\omega t + 2\pi/3) - \sin \omega t]$ som med oppgitt formel kan skrives som $V_2 - V_1 = 2V_0 \cos(\omega t + \pi/3) \cdot \sin(\pi/3) = 2 \cdot 325 \cdot (\sqrt{3}/2) \cdot \cos(\omega t + \pi/3)$. Amplituden er derfor 563 V.

39F) For det analoge mekaniske svingesystemet er egenfrekvensen $\omega_0 = \sqrt{k/m}$. I svingekretsen er $1/C$ analog til fjærkonstanten k mens L er analog til massen m. Dermed vil strøm og ladning i LC-kretsen svinge med periode $T = 2\pi/\omega_0 = 2\pi\sqrt{LC} = 2.0$ s.

40C) $U = Q_0^2/2C = 135$ mJ.
(Dette uttrykket kan utledes fra oppgitte størrelser: Kapasitans $C = \varepsilon_0 A/d$. Elektrisk feltstyrke mellom kondensatorplatene: $E = \sigma/\varepsilon_0 = Q_0/A\varepsilon_0$. Energi pr volumenhet i elektrisk felt: $u = \varepsilon_0 E^2/2$. Med plateareal A og plateavstand d blir startenergien lagret i kondensatoren $U = uAd = Q_0^2/2C$. Siden kretsen er uten motstand, tapes ikke energi. Dermed trenger vi ikke å bry oss om den magnetiske energien i induktansen når det går en strøm i kretsen; det holder å beregne elektrisk energi i kondensatoren i starten, når $I = 0$.)