NORGES TEKNISK-NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET
INSTITUTT FOR INDUSTRIELL ØKONOMI OG TEKNOLOGILEDELSE

Faglig kontakt under eksamen:
Navn: Lars Magnus Hvattum
Tlf.: 45 22 51 41

EKSAMEN I TIØ4120 OPERASJONSANALYSE, GK

Tirsdag 4. desember 2012
Tid: kl. 1500 – 1900
(Bokmål)

Tillatte hjelpemidler: C - Godkjent kalkulator og K.Rottmann: "Matematisk formelsamling".

Sensurfrist: 4. januar, 2012

Oppgave 1

En møbelbedrift kan produsere tre ulike produkter som selges til faste priser. Det er tre ulike ressurser som er viktige når produksjonen skal bestemmes: mengde treverk, mengde lær, og antall arbeidstimer. Tabellen under viser en oversikt over de tre produktene og hvor mye ressurser de behøver per enhet produsert.

Produkt	Treverk per enhet	Lær per enhet	Arbeidstimer per enhet	Salgspris per enhet
Lenestol	3	2	5	24
Skammel	1	1	2	8
Kjøkkenstol	2	0	3	15

Bedriften disponerer i dag henholdsvis 40 enheter treverk, 20 enheter lær og 80 arbeidstimer per uke.

a) Anta at bedriften ønsker å maksimere inntekten gitt ressursene den disponerer. Formuler dette som et lineærprogrammeringsproblem.
b) Sett opp dualen til problemet formulert i deloppgave a).
c) Sett opp det initielle simplex-tablået for det primale problemet formulert i deloppgave a), og utfør deretter nøyaktig én iterasjon av simplex-algoritmen.

d) Nedenfor gjengis deler av det optimale simplex-tablået. Vis hvordan du kan bruke informasjonen i dette til å finne hele det optimale tablået.

BV	Z	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	RHS
Z	1				15/2	3/4	0	
x_3	0				1/2	-3/4	0	
x_1	0				0	1/2	0	
s_3	0				-3/2	-1/4	1	

e) Bruk det optimale simplex-tablået til å finne optimal løsning både til det primale problemet formulert i deloppgave a) og det duale problemet formulert i deloppgave b). Spesifiser både variabelverdier og målfunksjonsverdi.

f) Hvor mye er bedriften villig til å betale for å øke mengden av de ulike ressursene som er tilgjengelig (treverk, lær og arbeidstimer)?

g) Hvor mye kan prisen på kjøkkenstoler endre seg før optimal produktmiks endrer seg?

Oppgave 2

Det lokale kjøpesenteret har startet opp en barnepass-avdeling hvor stressede foreldre kan parkere barnet sitt mens de shopper. Det er bare én voksen ansatt som passer på barna, og avdelingen kan derfor bare passe på opp til 3 barn samtidig.

Ordningen er nokså populær, og man har estimert at det ankommer i snitt 2 barn per time. Hvert barn passes i gjennomsnitt en halv time før det blir hentet. Hvis barn kommer når det ikke er ledig kapasitet vil de umiddelbart forlate avdelingen sammen med forelderen uten å ha blitt passet.

Anta i det følgende at tiden mellom ankomst av barn er eksponensialfordelt, og at tiden hvert barn må passes også er eksponensialfordelt.

a) Sett opp en kømodell som beskriver barnepass-avdelingen. Tegn fødsels- og dødsdiagram og definer overgangsratene.

b) Utled formler (uten å sette inn tall) for L og W. Hva blir L_q og W_q?

c) Kjøpesenteret krever som betaling kr 2,- per minutt med barnepass pluss kr 100,- i fast pris per barn. Hvor mye får kjøpesenteret i inntekt fra barnepass per time?

d) Kjøpesenteret har gjennomført en spørreundersøkelse for å finne ut hvordan etterspørselen endrer seg med prisstrukturen. De har spesifikt undersøkt hvordan antall barn som kommer til avdelingen endrer seg når den faste delen av prisen endres. Etterspørselen avtar eksponensielt med økende fastledd og etterspørselen halveres (dobles) for hver 50,- som fastleddet øker (minker) med. Tiden til barn blir hentet påvirkes ikke av denne typen prisendring.

Anta at kjøpesenteret ønsker å maksimere inntekten fra barnepass og kan justere fastleddet i prisen mellom kr 0,- og kr 150,-.

Vis at dette kan skrives som et ikke-lineært programmeringsproblem av én variabel, med målfunksjon *f(x)*.

e) Med visshet om at optimal verdi for f(x) fra deloppgave d) må finnes for x mellom 0 og 150, anvend en metode fra pensum sammen med utregninger vist i vedlegg 1 til å finne optimal pris. Utfør så mange iterasjoner som mulig ved hjelp av vedlegg 1.

f) Under hvilke forutsetninger kan man være sikker på at metoden brukt i deloppgave e) vil konvergere mot et globalt optimum? Er disse forutsetningene oppfylt her?

Oppgave 3

Du er leder for løpegruppen og skal ta ut laget før det kommende stafettløpet. Stafetten består av fem etapper med ulike karakteristikker, og du har tatt tiden på hver løper på hver etappe for å se hvilke løpere som egner seg best til de ulike etappene (tider i minutter):

Etappe	Anders	Bendik	Clas	Daniel	Erik	Frans	Geir
1	12:30	12:19	12:45	12:56	13:05	12:25	12:38
2	5:25	5:27	5:21	5:34	5:39	5:23	5:32
3	9:45	9:35	9:52	10:02	10:04	9:43	9:49
4	6:17	6:31	6:29	6:42	6:40	6:32	6:28
5	13:23	13:05	13:56	14:03	13:59	13:34	13:36

Du ønsker å velge løpere slik at totaltiden (summen av tidene til løperne på den etappen de er valgt ut til) blir best mulig. Du må dog ta hensyn til følgende:

1) *Clas* er veldig dårlig i vekslingene, og får derfor kun løpe enten den første eller den siste etappen.

2) *Daniel* har gode vekslinger unntatt når han veksler med *Erik*. Hvis de løper i etterfølgende etapper bør det legges til 10 sekunder til totaltiden.

3) Løpegruppen må stille med enten *Anders* eller *Frans* i et annet løp senere på dagen, så en av dem må hvile under stafetten.

4) *Daniel* er din svoger og for å opprettholde gode familieforhold må han få løpe en av etappene.

Sett opp en heltallsprogrammeringsmodell som kan brukes til å finne den beste lagsammensetningen før stafetten.

Oppgave 4

Gi korte og presise svar på følgende oppgaver:

a) I Branch & Bound-metoden, hvilke kriterier kan brukes til å beskjære noder (det vil si at man ikke forgrener videre på en node)? Beskriv hvert av kriteriene.

b) Hvilke grunnleggende elementer må tas med når man formulerer en simuleringsmodell (for diskret hendelsessimulering)?

c) Forklar hvordan inverstransformasjonsmetoden kan brukes til å generere tilfeldige tall fra en eksponensialfordeling.

d) Forklar hva som menes med baklengs rekursjon i dynamisk programmering.

Oppgave 5

Hva er optimal løsning (angi målfunksjonsverdi og verdi på variablene) av følgende problem:

$$\min \; Z = ax - by$$

slik at

$$ax + by = c$$

$$x, y \geq 0$$

når *a*, *b* og *c* er parametre med positive verdier. Begrunn svaret.

Vedlegg 1

Noen utregninger til bruk i oppgave 2e):

x	f(x)	df/dx(x)	$d^2f/dx^2(x)$
0	263.6620	3.1469	-0.0533
9.3750	290.7534	2.6255	-0.0578
18.7500	312.7780	2.0681	-0.0609
28.1250	329.4650	1.4897	-0.0622
37.5000	340.7027	0.9090	-0.0613
46.8750	346.5665	0.3468	-0.0582
56.2500	347.3284	-0.1761	-0.0530
65.6250	343.4432	-0.6419	-0.0461
75.0000	335.5130	-1.0373	-0.0381
84.3750	324.2360	-1.3552	-0.0297
93.7500	310.3493	-1.5944	-0.0214
103.1250	294.5744	-1.7591	-0.0139
112.5000	277.5741	-1.8574	-0.0073
121.8750	259.9247	-1.8994	-0.0019
131.2500	242.1020	-1.8961	0.0024
140.6250	224.4806	-1.8581	0.0056
150.0000	207.3418	-1.7947	0.0078