

NTNU  
Institutt for industriell økonomi og teknologiledelse  
Faggruppe for bedriftsøkonomi og optimering

Faglig kontakt under eksamen:  
Navn: Bjørn Nygreen  
Tlf.: 958 55 997 / (93607)

## EKSAMEN I EMNE TIØ4120 OPERASJONSANALYSE, GK

Torsdag 2. desember 2010

Tid: kl. 1500-1900

Bokmål

Tillatte hjelpemidler: C - Godkjent kalkulator og K.Rottmann: "Matematisk formelsamling" er tillatt.

Sensurfrist: 23. desember 2010

**Husk her er mange av tallene slik at en del av tallsvarene kan finnes med og uten hjelp fra pensum. Det betyr at det er fremgangsmåtene mer enn svarene som vil bli bedømt.**

### Oppgave 1

En bedrift har 4 ulike prosessanlegg for å produsere samme produkt. En forenklet versjon av en LP-modell for bedriftens produksjonsplanlegging er lagt inn i et regneark.

I appendiks A, B og C finner dere i A regnearket, hvor alle variablene i LP-modellen er gitt verdien 1, for å teste regnearkformlene som ikke er oppgitt. Når solveren brukes på dette regnearket, ser dere i B svarrapporten og i C følsomhetsrapporten. Ut fra den informasjonen som er gitt i appendiksene og informasjon om at det er krysset av for både lineær modell og ikke-negative variable, skal følgende spørsmål besvares:

- a) Gi en mest mulig presis matematisk formulering av det LP-problemet i regnearket.
- b) Formuler dualen til problemet i a).
- c) Sett opp startskjemaet for løsning av LP-problemet i a) med simpleksmetoden.

- d) Bruk appendiksene til å fylle ut mest mulig av simpleksmetodens sluttskjema. Dere skal her **ikke** regne numerisk for å finne flest mulig verdier, men dere må gjerne regne symbolsk for å finne ut hvor tallene i rapportene skal stå.
- e) Angi løsningen på problemet i a).
- f) Angi løsningen på problemet i b).
- g) Bruk din forståelse av pensum til mest mulig effektivt å beregne resten av verdiene i sluttskjemaet, og sett disse verdiene inn i skjemaet.
- h) I hvilket intervall kan høyresiden i produksjonsrestriksjonen ligge uten at løsningen i f) endres?

## Oppgave 2

I denne oppgaven skal du vise forståelse for ulineær optimering ved hjelp av følgende enkle numeriske problem:

$$\max f(x) = 10x_1 - 2x_1^2 - x_2^2 + 2x_1x_2$$

når

$$2x_1 + x_2 \leq 8$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

- a) Angi de nødvendige (1. ordens) betingelsene for optimal løsning på dette problemet.
- b) Gi en begrunnelse for hvorfor betingelsene i a) også er tilstrekkelige for dette konkrete problemet.
- c) Løs problemet på en måte som viser forståelse for hvordan pensum løser kvadratiske programmeringsproblem. Stopp regningen etter 2 fulle iterasjoner (3 skjemaer), uavhengig av om løsningen er funnet eller ikke funnet.

### Oppgave 3

Betrakt en frisørsalong med 2 frisører og venteplass for 2 kunder. Salongen godtar ikke bestillinger og baserer seg på at kundene kommer og ser om det er plass. I en 5-timersperiode på dagen hvor situasjonen er stasjonær, kommer det en kunde og titter inn med tidsmellomrom som er eksponensialfordelt. I den nevnte 5-timersperioden kommer det i gjennomsnitt 5 kunder pr time. Hvis begge venteplassene er i bruk, går kundene videre uten å komme tilbake senere på dagen. Hvis en av venteplassene er i bruk kommer kunden inn og tar den andre venteplassen i bruk med en sannsynlighet på 0.5. Hvis kunden ikke tar venteplassen i bruk, oppfører kunden seg på samme måte som når alle venteplassene er opptatt. Hvis ingen av venteplassene er i bruk når en kunde kommer, så kommer kunden inn og setter seg. Begge frisørene bruker betjeningstider som er eksponensialfordelt med en forventning på 30 minutter.

- a) Definer et køsystem som kan brukes til å analysere hvor mange som blir betjent.
- b) Illustrer tilstandene og de mulige tilstandsovergangene i et diagram.
- c) Beregn hvor mange minutter frisørene er ledig samtidig i 5-timersperioden.
- d) Beregn hvor mange som i gjennomsnitt blir betjent i 5-timersperioden.

### Appendix A

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
6								Total		
7			Pros 1	Pros 2	Pros 3	Pros 4		cost		
8										
9	Pros level		1	1	1	1				
10										
11	Unit costs		4	6	2	1		13		
12										
13								Total		prod/poll
14								prod/poll		bounds
15										
16	Unit production		3	5	2	1		11		26
17	Pollution amount		3	2	1	4		10		12

### Appendix B

#### Target Cell (Min)

Cell	Name	Original Value	Final Value
\$I\$11	Unit costs cost	13	28

#### Adjustable Cells

Cell	Name	Original Value	Final Value
\$D\$9	Pros level Pros 1	1	0
\$E\$9	Pros level Pros 2	1	2
\$F\$9	Pros level Pros 3	1	8
\$G\$9	Pros level Pros 4	1	0

#### Constraints

Cell	Name	Cell Value	Formula	Status	Slack
\$I\$16	Unit production prod/poll	26	\$I\$16>=\$K\$16	Binding	0
\$I\$17	Pollution amount prod/poll	12	\$I\$17<=\$K\$17	Binding	0

## Appendix C

### Adjustable Cells

Cell	Name	Final Value	Reduced Cost	Objective Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$D\$9	Pros level Pros 1	0	4	4	1E+30	4
\$E\$9	Pros level Pros 2	2	0	6	1E+30	1
\$F\$9	Pros level Pros 3	8	0	2	0.388888889	1E+30
\$G\$9	Pros level Pros 4	0	7	1	1E+30	7

### Constraints

Cell	Name	Final Value	Shadow Price	Constraint R.H. Side	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$I\$16	Unit production prod/poll	26	2	26	4	2
\$I\$17	Pollution amount prod/poll	12	-2	12	1	1.6