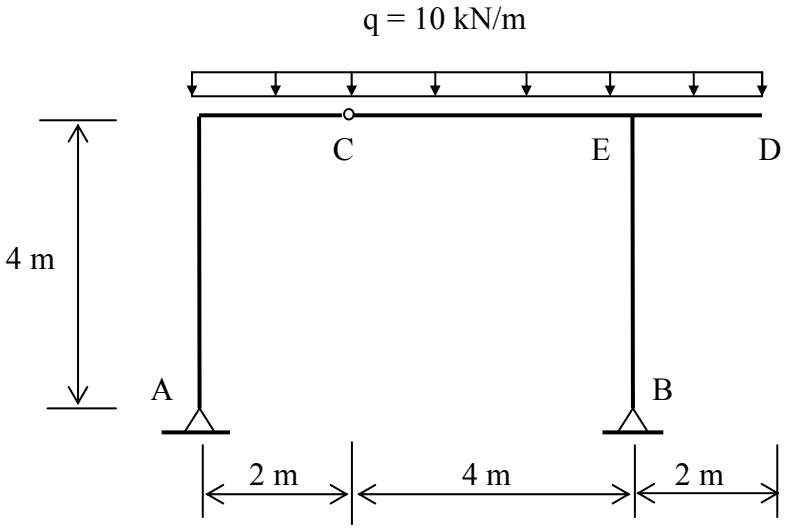
EKSAMEN I EMNE TKT4126 MEKANIKK

Torsdag 14.desember 2006
Kl. 0900 – 1300

Faglig kontakt under eksamen :
Svein I Sørensen, tlf. 47 90 61 47

Hjelpemidler : C
- Godkjent enkel kalkulator
- Formelsamling TKT4126 (3 sider)
- Irgens : Formelsamling i mekanikk
- Rottmann : Matematisk formelsamling

OPPGAVE 1 (Vekt 0,3)



Figur 1

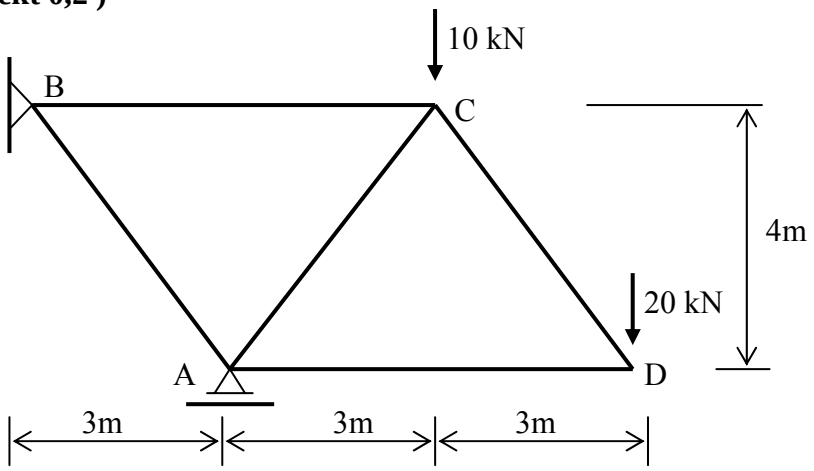
Figur 1 viser ei ramme som er opplagret i A og B med faste boltelagre, med et indre ledd i C og fri ende i D.
Ramma er belastet med jevnt fordelt last som vist i figuren.

a. Påvis statisk bestemthet.

b. Bestem opplagerreaksjoner og leddkrefter.

c. Beregn og tegn diagram for moment (M), skjærkraft (V) og aksialkraft (N) i ramma.
Vis kraftretninger med virkningssymboler i diagrammene.
Kontroller momentlikevekt i rammehjørnet E .

OPPGAVE 2 (Vekt 0,2)



Figur 2

Figur 2 viser et ideelt fagverk opplagret med forskyvelig boltelager i A og fast boltelager i B. Fagverket er belastet med vertikale krefter i C og D.

a. Påvis statisk bestemthet.

b. Bestem opplagerreaksjoner i A og B.

c. Bestem alle stavkreftene, og vis på figur størrelser og om det er strekk eller trykk i stavene.

OPPGAVE 3 (Vekt 0,2)

Koordinattøyninger ved plan spenningstilstand i overflata av ei betongplate er bestemt ved tøyningsmåling med strekklapp og noe mellomregning :

$$\varepsilon_x = 0{,}2\cdot 10^{-3} \quad ; \quad \varepsilon_y = -\,0{,}8\cdot 10^{-3} \quad ; \quad \gamma_{xy} = 0{,}4\cdot 10^{-3}$$

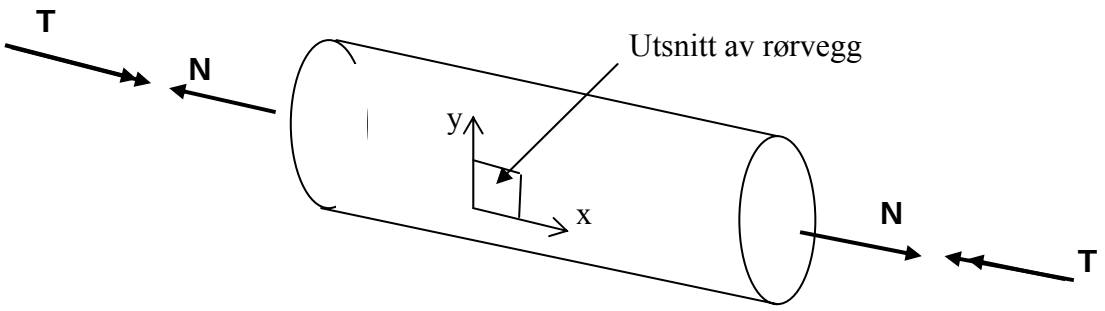
Elastisitetsmodul og tverrkontraksjonstall for betongen er $E = 2\cdot 10^4$ N/mm^2 og $\nu = 0{,}2$

a. Beregn koordinatspenningene.

b. Bestem sikkerheten mot brudd etter Coulomb-kriteriet når betongens strekkfasthet er $f_u^+ = 5{,}0$ N/mm^2 og trykkfastheten er $f_u^- = 30{,}0$ N/mm^2.

Vis bruddkurven og spenningspunktet i hovedspenningsplanet med akser σ_1 og σ_2 .

OPPGAVE 4 (Vekt 0,3)



Figur 3

Figur 3 viser et lukket, tynnvegget stålrør med veggtykkelse t = 10 mm og midlere radius r = 150 mm.

Røret påkjennes av : Aksiell strekkraft : N = 1500 kN
Torsjonsmoment : T = 150 kNm
Indre gasstrykk : p = 6 N/mm^2
Positive retninger for N og T er vist i figuren.

a. Bestem koordinatspenninger referert til xy-systemet for et utsnitt av rørveggen.

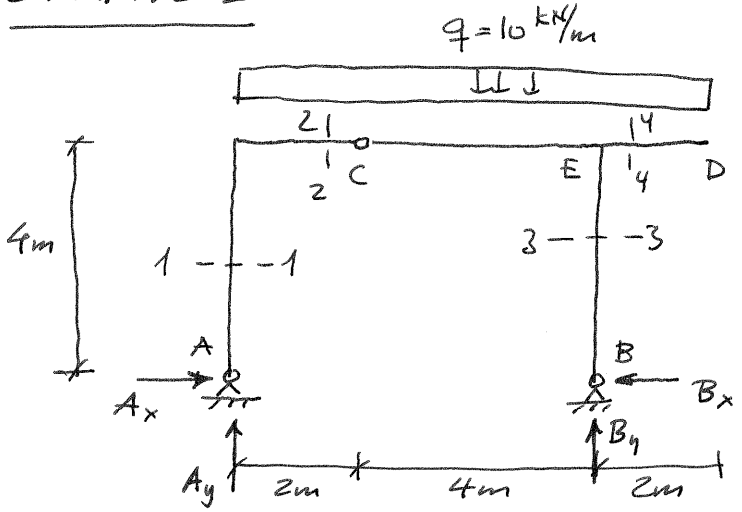
Skjærspenning pga T er : $\tau_o = T/(2\pi \cdot r^2 \cdot t)$

b. Bestem hovedspenninger og hovedspenningsretninger ved beregning.

c. Tegn Mohr-diagram som viser spenningspunkter på sirkelen for koordinatspenningene og hovedspenningene, hovedspenningsretninger og pol.

d. Bestem sikkerhet mot flytning etter Mises-kriteriet når flytespenningen i stålet er $f_y = 350$ N/mm^2.

OPPGAVE 1

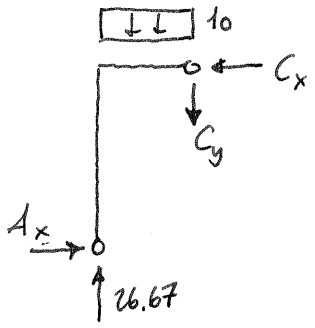


a) 4 opplagerreaksjoner } 6 ukjente
2 leddkrefter
2 rammedeler à 3 LVL → 6 Likevektslign } ⇒ Statisk bestemt

b) $\Sigma M_A = 0$: $B_y \cdot 6 - q \cdot 8 \cdot \frac{8}{2} = 0 \Rightarrow B_y = \frac{10 \cdot 32}{6} = 53{,}33\,kN$

$\Sigma F_y = 0$: $A_y + B_y - q \cdot 8 = 0 \Rightarrow A_y = 10 \cdot 8 - 53{,}33 = 26{,}67\,kN$

Del AC:



$\Sigma F_y = 0$: $C_y + q \cdot 2 - 26{,}67 = 0 \Rightarrow C_y = 6{,}67\,kN$

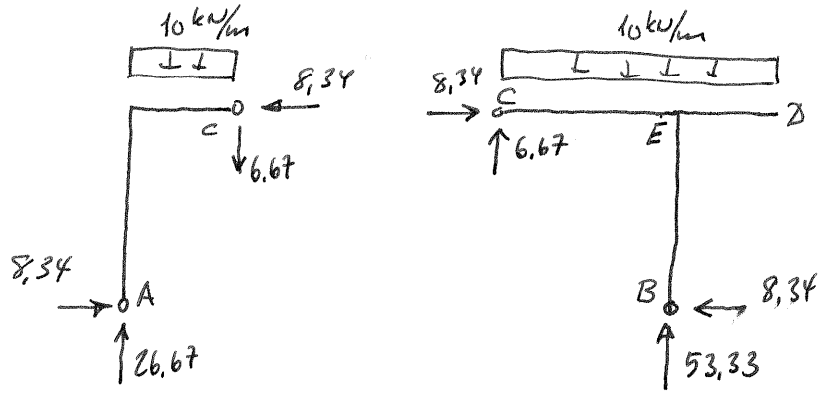
$\Sigma M_A = 0$: $C_x \cdot 4 - C_y \cdot 2 - q \cdot 2 \cdot \frac{2}{2} = 0$

$\Rightarrow C_x = \frac{6{,}67 \cdot 2 + 10 \cdot 2}{4} = 8{,}34\,kN$

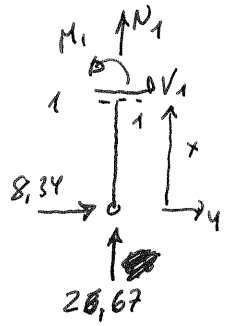
$\Sigma F_x = 0$: $A_x = C_x = 8{,}34\,kN$

Hele ramma: $\Sigma F_x = 0$: $B_x = A_x = 8{,}34\,kN$

KRAFTBILDE:



c) Snitt 1-1:

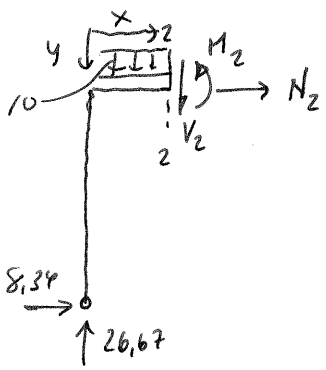


$V_1 = -8{,}34\ kN$ ←□

$N_1 = -26{,}67\ kN$ ↓□↑

$M_1 = -8{,}34 \cdot x$; $M_1(x=4) = M_{hjørne} = -33{,}36\ kNm$ ↻□

Snitt 2-2:



$V_2 + q \cdot x - 26{,}67 = 0$

$V_2 = 26{,}67 - 10x$; $V_2(0) = 26{,}67\ kN$ 1□↓ | $V_2 = 0$ ⇓ $x = 2{,}667\ m$

$V_2(6) = -33{,}33\ kN$ ↓□↑

$N_2 = -8{,}34\ kN$ →□←

$M_2 + 8{,}34 \cdot 4 + 10 \cdot x \cdot \frac{x}{2} - 26{,}67 \cdot x = 0$

$M_2 = -5x^2 + 26{,}67x - 33{,}36$

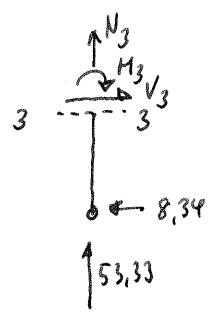
$M_2(0) = -33{,}36\ kNm$ ↻□2

$M_2(2) = M_2(\text{leddC}) \approx 0$, dus. ok!

$M_2(6) = M_2(\text{hjørne E}) = -53{,}34\ kNm$ 6□2

$M_2(max) = M_2(2{,}667) = 2{,}2\ kNm$ (□)

Snitt 3-3:

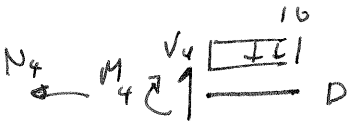


$V_3 = 8{,}34\ kN$ →□←

$N_3 = -53{,}33$ ↓□↑

$M_3(4) = M_3(\text{hjørne E}) = -8{,}34 \cdot 4 = -33{,}36\ kNm$ ↻□

Snitt 4-4:

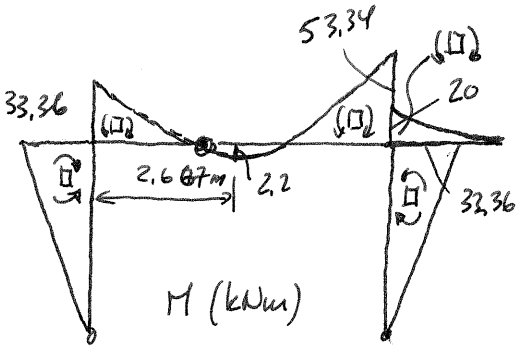


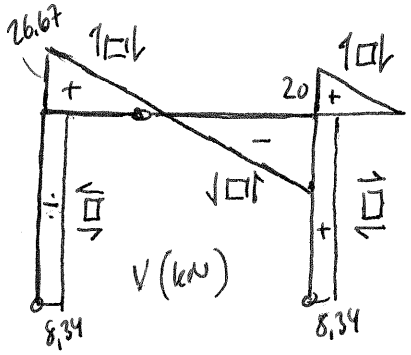
$V_4 = 10x$; $V_4(\text{hjørne E}) = 10 \cdot 2 = 20\ kN$ 1□↓

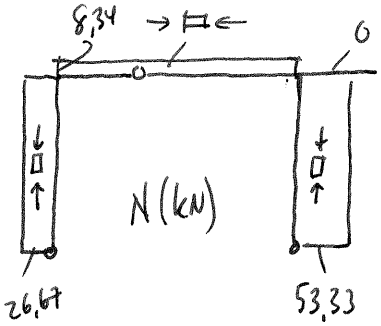
$N_4 = 0$

$M_4 = -10 \cdot x \cdot \frac{x}{2}$; $M_4(\text{hjørne E}) = -10 \cdot 2 = -20\ kNm$ 6□2

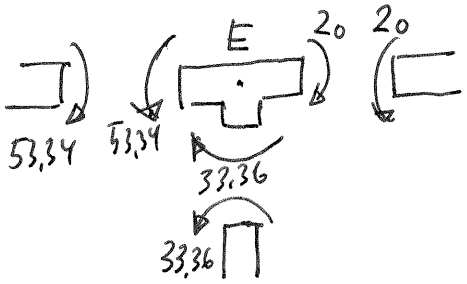
DIAGRAMMER:







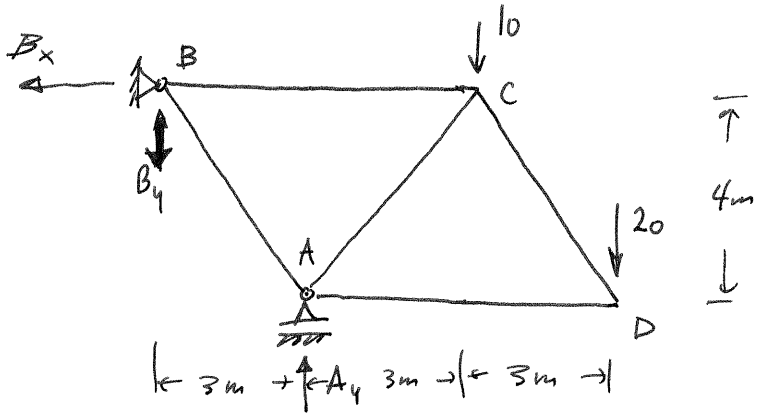
KONTROLL MOMENTLIKEV. I HJØRNE E:



$\sum M_E = 20 + 33{,}36 - 53{,}34 \simeq 0$

DVS.: MOMENTLIKEVEKT I ORDEN

OPPGAVE 2



a) $r = 3$, $s = 5 \Rightarrow r+s = 8$ ukjente
$k = 4 \Rightarrow k \cdot 2 = 8$ likevektslign. } STATISK BESTEMT!

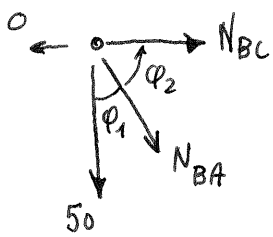
b) $\Sigma M_B = 0$: $A_y \cdot 3 - 10 \cdot 6 - 20 \cdot 9 = 0 \Rightarrow \underline{A_y} = \frac{60+180}{3} = \underline{80\,kN}$

$\Sigma F_y = 0$: $B_y + 10 + 20 - 80 = 0 \Rightarrow \underline{B_y} = 80 - 30 = \underline{50\,kN}$

$\Sigma M_A = 0$: $B_x \cdot 4 + B_y \cdot 3 - 10 \cdot 3 - 20 \cdot 6 = 0$

$\underline{B_x} = \frac{30 + 120 - 50 \cdot 3}{4} = \underline{0}$

c) Kn.plt. B:



$\varphi_1 = \arctan\frac{3}{4} = 36.87°$ $\cos\varphi_1 = 0.8$, $\sin\varphi_1 = 0.6$

$\varphi_2 = 90 - 36.87 = 53.13°$ $\cos\varphi_2 = 0.6$, $\sin\varphi_2 = 0.8$

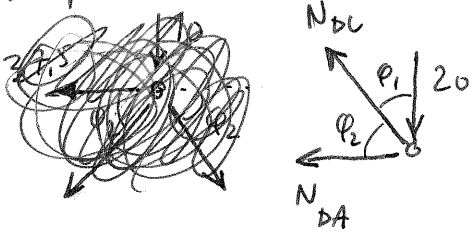
$\Sigma F_y = 0$: $N_{BA}\cos\varphi_1 + 50 = 0$

$N_{BA} = -\frac{50}{\cos 36.87} = -\frac{50}{0.8} = \underline{-62{,}5\,kN}$ (trykk)

$\Sigma F_x = 0$: $N_{BC} + N_{BA}\cos\varphi_2 = 0$

$N_{BC} = -(-62{,}5) \cdot 0.6 = \underline{37{,}5\,kN}$ (strekk)

Kn.plt. D:



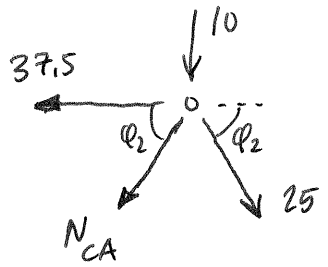
$\Sigma F_y = 0$: $N_{DC}\cos\varphi_1 - 20 = 0$

$N_{DC} = \frac{20}{0.8} = \underline{25\,kN}$ (strekk)

$\Sigma F_x = 0$: $N_{DA} + N_{DC}\cos\varphi_2 = 0$

$N_{DA} = -25 \cdot 0{,}6 = \underline{-15\,kN}$ (trykk)

Kn.pkt. C :

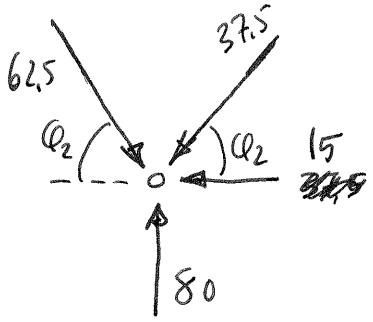


$\Sigma F_y = 0$:

$N_{CA} \sin\varphi_2 + 10 + 25 \sin\varphi_2 = 0$

$N_{CA} = \dfrac{-10 - 25 \cdot 0{,}8}{0{,}8} = \underline{-37{,}5\ \text{kN}}$ (trykk)

Kontroll kn.pkt. A :



$\Sigma F_y = 80 - 62{,}5 \sin\varphi_2 - 37{,}5 \sin\varphi_2$

$= 80 - 62{,}5 \cdot 0{,}8 - 37{,}5 \cdot 0{,}8$

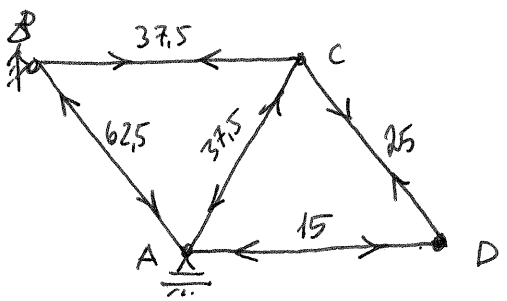
$= 80 - 50 - 30 = \underline{0}$ Likevekt ok!

$\Sigma F_x = 15{,}0 + 37{,}5 \cos\varphi_2 - 62{,}5 \cos\varphi_2$

$= 15{,}0 + 37{,}5 \cdot 0{,}6 - 62{,}5 \cdot 0{,}6$

$= 15{,}0 + 22{,}5 - 37{,}5 = \underline{0}$ Likev. ok!

Stavkrefter



a) $\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y) = \frac{2\cdot10^4}{1-0{,}2^2}\left(0{,}2 + 0{,}2\cdot(-0{,}8)\right)\cdot10^{-3} = 0{,}833\ \frac{N}{mm^2}$

$\sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_y + \nu\varepsilon_x) = \frac{2\cdot10^4}{1-0{,}2^2}\left(-0{,}8 + 0{,}2\cdot0{,}2\right)\cdot10^{-3} = -15{,}833\ \frac{N}{mm^2}$

$\tau_{xy} = G\cdot\gamma_{xy} = \frac{E}{2(1+\nu)}\cdot0{,}4\cdot10^{-3} = \frac{20\,000}{2\cdot1{,}2}\cdot0{,}4\cdot10^{-3} = 3{,}333\ \frac{N}{mm^2}$

b) $\sigma_1 = \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \frac{0{,}833-15{,}833}{2} + \sqrt{\left(\frac{0{,}833+15{,}833}{2}\right)^2 + 3{,}333^2}$

$= -7{,}5 + \sqrt{80{,}55} = -7{,}5 + 8{,}97 = 1{,}47\ N/mm^2$

$\sigma_2 = -7{,}5 - 8{,}97 = -16{,}48\ N/mm^2$

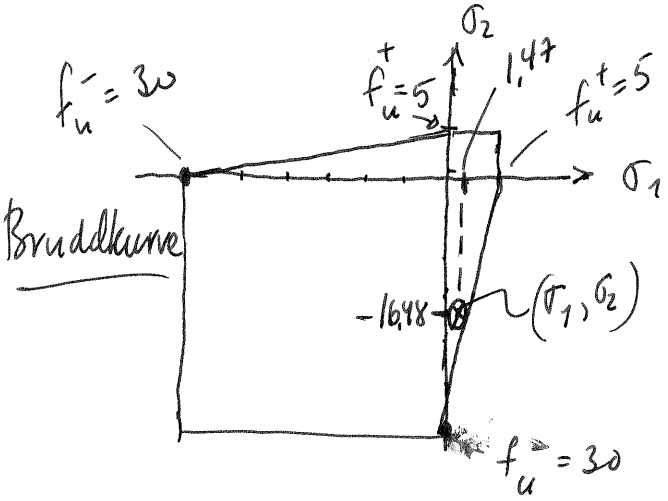
$\frac{\sigma_{max}}{f_u^+} - \frac{\sigma_{min}}{f_u^-} = \frac{\sigma_1}{f_u^+} - \frac{\sigma_2}{f_u^-} = \frac{1.47}{5} + \frac{16.48}{30} = 0{,}843 < 1{,}0$

$0{,}294 \quad 0{,}549$

ikke brudd!

Brudd når $\frac{\sigma_{max}}{f_u^+} - \frac{\sigma_{min}}{f_u^-} = 1{,}0$

Sikkerhet mot brudd: $n = \frac{1.0}{0{,}843} = 1{,}186$



OPPGAVE 4

a) $\sigma_x = \frac{N}{A} + \frac{pr}{2t} = \frac{1500 \cdot 10^3}{2\pi r t} + \frac{6 \cdot 150}{2 \cdot 10}$

$\underline{\sigma_x} = \frac{1500 \cdot 10^3}{2\pi \cdot 150 \cdot 10} + 3 \cdot 15 = 159{,}15 + 45 = \underline{204{,}15\ N/mm^2}$

$\underline{\sigma_y} = \frac{pr}{t} = \frac{6 \cdot 150}{10} = \underline{90\ N/mm^2}$

$\underline{\tau_{xy}} = \tau_0 = \frac{T}{2\pi r^2 t} = \frac{150 \cdot 10^6}{2\pi \cdot 150^2 \cdot 10} = \underline{106{,}1\ N/mm^2}$

b) $\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \frac{204{,}15 + 90}{2} + \sqrt{\left(\frac{204{,}15 - 90}{2}\right)^2 + 106{,}1^2}$

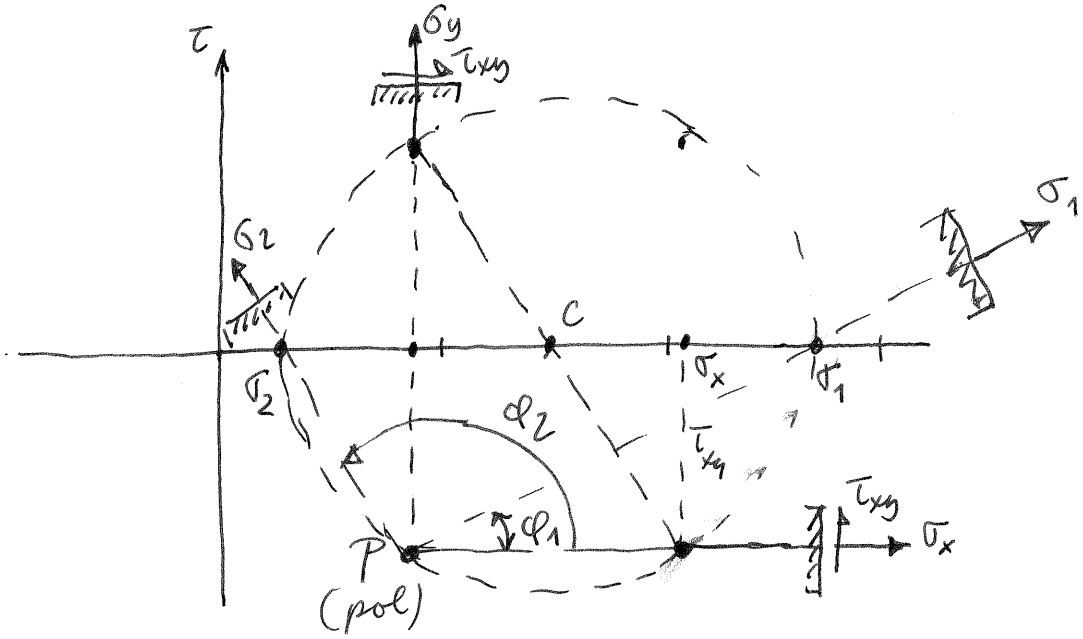
$\underline{\sigma_1} = 147{,}08 + 120{,}48 = \underline{267{,}6\ N/mm^2}$

$\underline{\sigma_2} = 147{,}08 - 120{,}48 = \underline{26{,}6\ N/mm^2}$

$\underline{\varphi_1} = \arctan \frac{\sigma_1 - \sigma_x}{\tau_{xy}} = \arctan \frac{267{,}6 - 204{,}15}{106{,}1} = \arctan 0{,}598 = \underline{30{,}9°}$

$\underline{\varphi_2} = \varphi_1 + 90° = \underline{120{,}9°}$

c)



d) $\sigma_j = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2}$

$= \sqrt{267{,}6^2 + 26{,}6^2 - 276{,}6 \cdot 26{,}6} = 255{,}3 \ \frac{N}{mm^2} < f_y$

Dvs ikke flytning

Sikkerhet mot flytning:

$$\eta = \frac{f_y}{\sigma_j} = \frac{350}{255{,}3} = 1{,}37$$