

Faglig kontakt under eksamen:

- Erling Nardo Dahl tlf. 735 93877
- Rune Martin Holt tlf. 735 91187
- Charlie Chunlien Li tlf. 735 94848

## EKSAMEN I EMNE TKT 4125 MEKANIKK I GEOFAG OG PETROLEUMSTEKNOLOGI

Torsdag 13. desember 2004

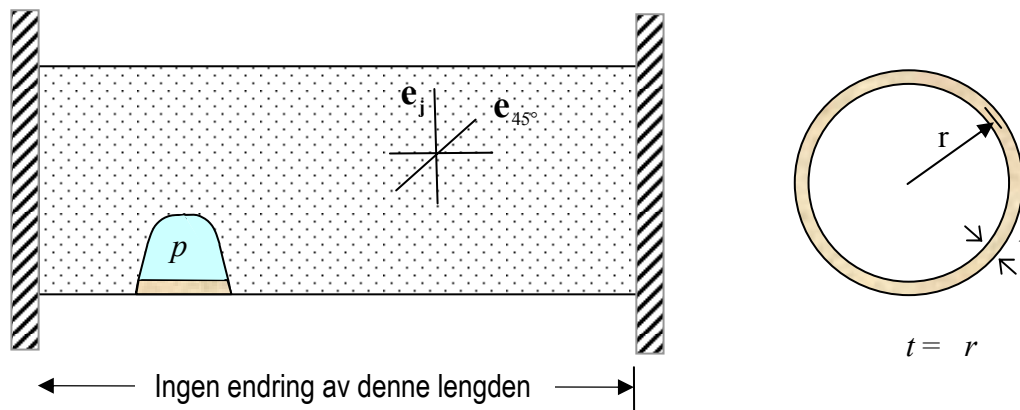
Tid: kl. 0900 - 1300

Hjelpemidler: C

- Spesifiserte trykte og håndskrevne hjelpemidler tillatt. Bestemt enkel kalkulator tillatt.
- Irgens: Formelsamling i mekanikk, med egne notater
- Rottmann: Matematisk formelsamling
- Noen relevante formler i Formasjonsmekanikk er oppgitt på side 5

Side 2 av 5

### Oppgave 2 Fasthetslære (teller 25%)



Et tynnvegget rør med midlere radius  $r$  og tykkelse  $t$  er fastholdt mot bevegelse i sin lengderetning, men kan bevege seg fritt i radiell retning. Røret belastes fra spenningsfri tilstand med et indre overtrykk  $p$ . Materialet er isotropisk og lineært elastisk med elastisitetmodul  $E$ , tverrkontraksjon  $\nu = 0,3$  og flytespenning  $f_y$ .

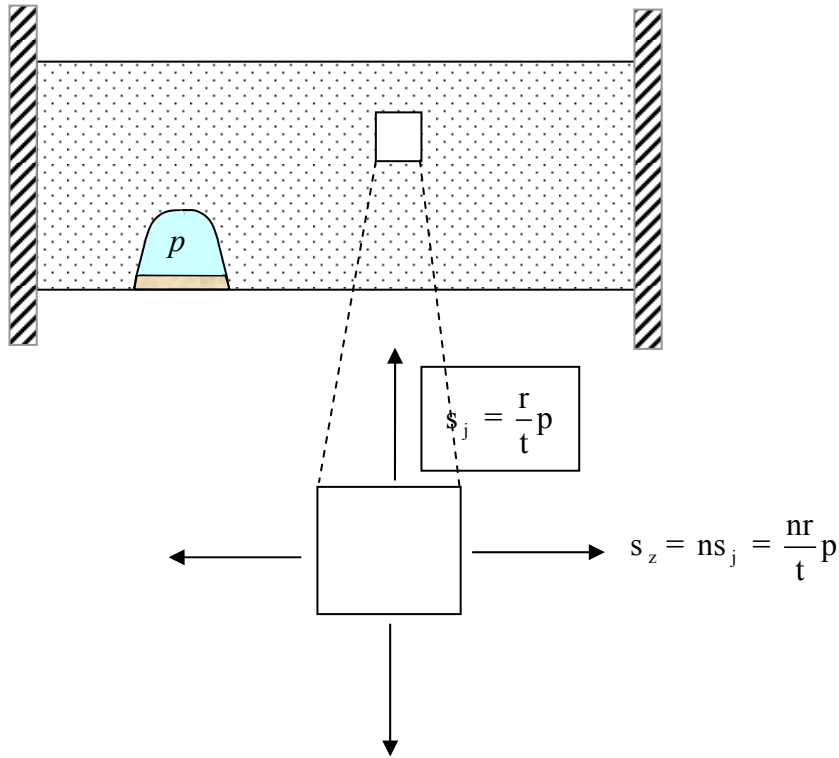
- Finne spenningstilstanden i rørveggen, og vis spenningene på et element av rørveggen.
- Beregn den største verdi  $p$  kan ha før flytning inntreffer i følge Mises-kriteriet og i følge Tresca-kriteriet.
- Beregn lengdetøyningen  $\mathbf{e}_j$  i ringretningen og lengdetøyningen  $\mathbf{e}_{45^\circ}$  i en retning som er  $45^\circ$  med lengderetningen.

# Løsning av eksamen i 4125 Mekanikk i geofag og petroleumsteknologi

Torsdag 13. desember 2004 kl. 0900 - 1300

## Oppgave 2

Fasthetslære (teller 25%)



a)

I ringretning:

$$s_j = \frac{r}{t}p$$

I lengderetning:

$$e_z = \frac{1}{E}(s_z - ns_j) = 0$$

$$s_z = ns_j$$

b) Flyting i følge Mises:  $f_y = \sqrt{s_j^2 + s_z^2 - s_j s_z} = \frac{r}{t}p\sqrt{1+n^2-n} = 0,389\frac{r}{t}p$

$$p_{\text{Mises}} = 1,125f_y \frac{t}{r}$$

Flyting i følge Tresca:  $f_y = s_{\text{max}} - s_{\text{min}} = \frac{r}{t}p - 0$

$$p_{\text{Tresca}} = f_y \frac{t}{r} \quad (< p_{\text{Mises}})$$

c)  $e_j = \frac{1}{E}(s_j - ns_z) = \frac{1}{E}(s_j - n^2 s_j) = \frac{1-n^2}{E} s_j = 0,91 \frac{rp}{Et}$

$$e_{45^\circ} = \frac{1}{E}(s_{45^\circ} - ns_{45^\circ}) = \frac{rp}{2tE}(1-n^2) = 0,455 \frac{rp}{Et}$$

Eller en kan bruke formelen for transformasjon av tøyninger:  $e_{45^\circ} = \frac{1}{2}e_j$

## EKSAMEN I EMNE TKT 4125 MEKANIKK I GEOFAG OG PETROLEUMSTEKNOLOGI

Torsdag 4. desember 2003

Tid: kl. 0900 - 1400

Hjelpemidler: C

- Spesifiserte trykte og håndskrevne hjelpemidler tillatt. Bestemt enkel kalkulator tillatt.
- Irgens: Formelsamling i mekanikk
- Rottmann: Matematisk formelsamling
- Noen relevante formler i Formasjonsmekanikk er oppgitt på side 5

Side 2 av 5

### Oppgave 2

Fasthetslære (teller 25%)

Et tynnvegget lukket rør med midlere radius  $r = 200$  mm og veggtykkelse  $t = 10$  mm er utsatt for et indre overtrykk  $p$ , et torsjonsmoment  $T$  og en aksialkraft  $N$ . Rørmaterialet har flytegrense

$$f_y = 350 \text{ MPa.}$$

- a) Tegn figur av rør med belastning. Bestem spenningene over et tverrsnitt av røret og over et snitt gjennom røraksen når trykket  $p = 8,0$  MPa, torsjonsmomentet  $T = 200$  kNm og aksialkraften  $N = 0$ . Vis spenningene på et element av rørveggen.
- b) Bestem hovedspenningene og hovedspenningsretningene i rørveggen ut fra spenningsstilstanden bestemt under a). Vis resultatet på et element av rørveggen.
- c) Bestem maksimal skjærspenning i rørveggen når spenningstilstanden er som bestemt under spørsmål a).
- d) Trykket  $p$  og torsjonsmomentet  $T$  er som gitt under deloppgave a). Aksialkraften  $N = 1000$  kN. Bestem sikkerheten mot flytning etter Trescakriteriet.

**LØSNING GJENNOMGÅS I FORELESN. 24/11**

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet

Institutt for konstruksjonsteknikk

## KONTINUASJONSEKSAMEN I FAG SIO 1021 MEKANIKK I PETROLEUMSTEKNOLOGI, GRUNNKURS

Fagleg kontakt under eksamen: Erling Nardo Dahl tlf. 73 94 53 79 {oppgave 1 og 2}  
og Rune Martin Holt tlf. 72 56 04 84 {oppgave 3 og 4}

Eksamensdato: 16. august 2003

Eksamenstid: kl. 0900 – 1400

**Vekttall: 2.5**

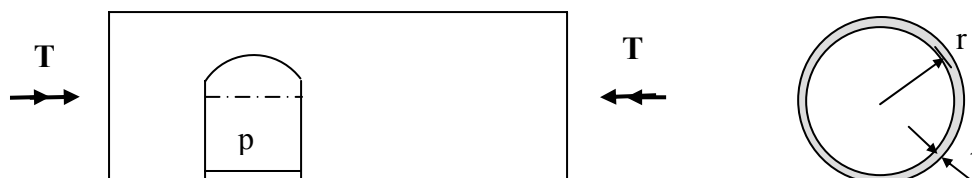
Sensurdato: 2. september 2003

Tillatte hjelpemidler: C

- Spesifiserte trykte og handskrevne hjelpemiddel kan nyttes. Bestemt enkel kalkulator tillatt.
- Irgens: Formelsamling i mekanikk
- Rottmann: Matematisk formelsamling
- Noen relevante formler i Formasjonsmekanikk er oppgitt på side 5

Side 2 av 5

### Oppgave 2

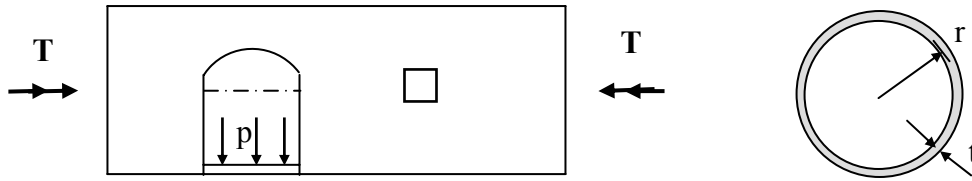


Figuren viser en lengde av et tynnvegget rør som er belastet med et innvendig overtrykk  $p$  og et torsjonsmoment  $T$ . Røret har middelradius  $r$  og veggtykkelse  $t$ . Røret er lukket i begge ender. Materialet regnes som elastisk-idealplastisk.

Torsjonsmomentet er i utgangspunktet gitt ved:  $T = \frac{3\pi}{8} pr^3$

- Tegn opp et element av rørveggen og sett på de spenningene som virker.
- Beregn hovedspenningene og hovedspenningsretningene.
- Tegn Mohr-sirkel for spenningstilstanden og merk av hovedspenningene og hovedspenningsretningene.
- Sikkerheten mot flytning skal være lik 2.0 for Mises-kriteriet. Hva blir sikkerheten mot flytning for Tresca-kriteriet?

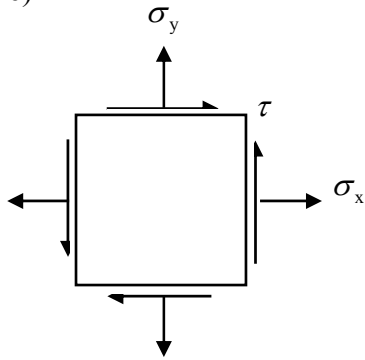
## Oppgave 2



$$I_p = 2\pi r^3 t$$

$$\tau = \frac{T}{I_p} \cdot r = \frac{T}{2\pi r^3 t}$$

e)



Med  $T = \frac{3\pi}{8} pr^3$  fåes  $\tau = \frac{3\pi pr^3}{8 \cdot 2\pi r^2 t} = \frac{3}{16} \frac{pr}{t}$

$$\sigma_x = \frac{pr}{2t}, \quad \sigma_y = \frac{pr}{t}$$

Ser at:  $\tau = \frac{3}{8} \sigma_x$  og  $\sigma_y = 2\sigma_x$

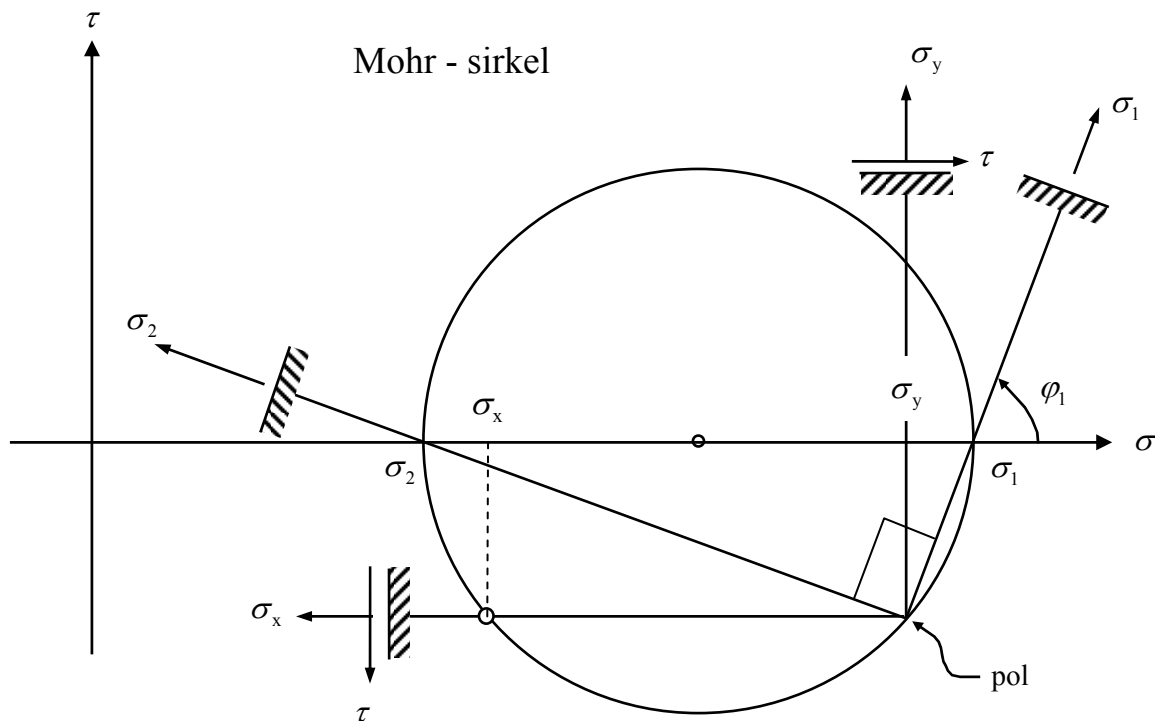
f) Hovedspenninger,  $\sigma_1$  og  $\sigma_2$

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2}$$

$$= \underbrace{\frac{\sigma_x + 2\sigma_x}{2}}_{\frac{12}{8}\sigma_x} \pm \underbrace{\sqrt{\left(\frac{\sigma_x - 2\sigma_x}{2}\right)^2 + \frac{9}{64}\sigma_x^2}}_{\frac{5}{8}\sigma_x} = \begin{cases} \sigma_1 = \frac{17}{8}\sigma_x \\ \sigma_2 = \frac{7}{8}\sigma_x \end{cases}$$

$$\tan \varphi_1 = \frac{\tau}{\sigma_1 - \sigma_2} = \frac{\frac{3}{8}\sigma_x}{\frac{17}{8}\sigma_x - \frac{7}{8}\sigma_x} = 3 \quad \Rightarrow \quad \varphi_1 = 71.6^\circ$$

c)



d)

Sikkerhet mot flytning i følge Mises:  $n_M = \frac{f_y}{\sigma_e}$

$\sigma_e =$  effektivspenningen  $= \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2}$

$$\sigma_e = \frac{\sigma_x}{8} \sqrt{17^2 + 7^2 - 17 \cdot 7} = \frac{\sqrt{219}}{8} \sigma_x$$

Sikkerhet mot flytning i flg. Tresca:  $n_T = \frac{f_y}{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}$

$\sigma_{\max} =$  største hovedspenning  $= \sigma_1$

$\sigma_{\min} =$  minste hovedspenning  $= 0 (!)$

Vi får da:  $f_y = n_M \sigma_e = n_T \sigma_1 \Rightarrow n_M \frac{\sigma_e}{\sigma_1}$

$$n_T = 2 \frac{\sqrt{219} \cdot 8}{8 \cdot 17} = \frac{2\sqrt{219}}{17} = 1.74 \quad (n_T \leq n_M \text{ ok})$$

Faglig kontakt under eksamen: Rune Martin Holt tlf. 735 91187 og Erling Nardo Dahl tlf. 735 93877

## EKSAMEN I FAG SIO 1021 MEKANIKK

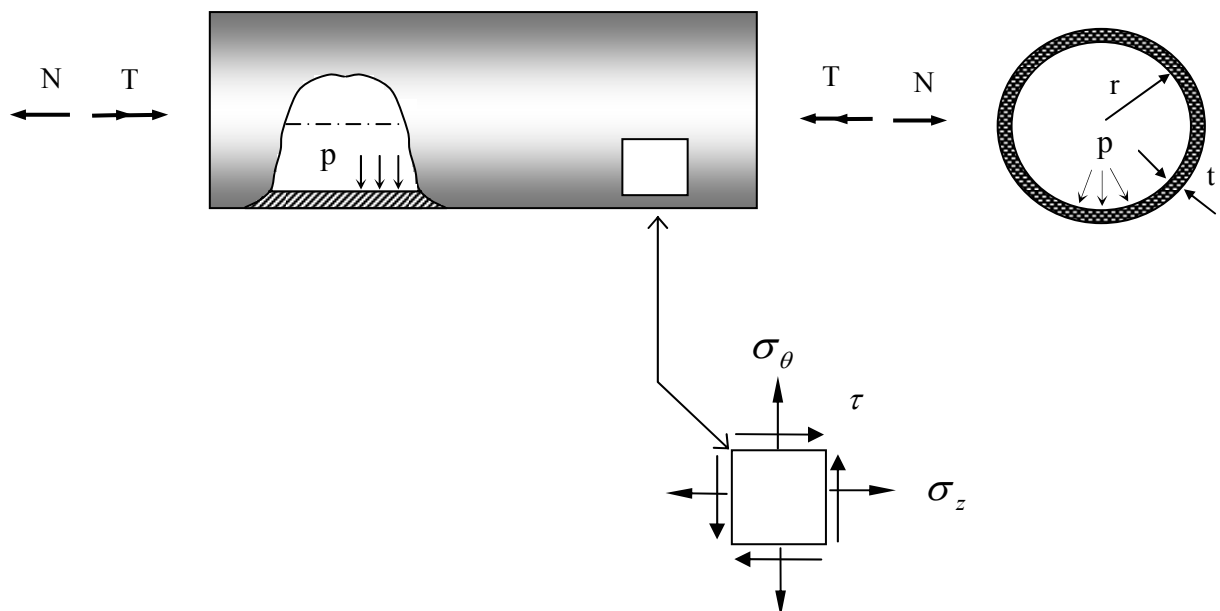
Tirsdag 5. desember 2000

Tid: kl. 0900 - 1400

Hjelpemidler: B2

- Typegodkjent kalkulator, med tomt minne, i henhold til liste utarbeidet av NTNU
- Irgens: Formelsamling i mekanikk
- Rottmann: Matematisk formelsamling
- Noen relevante formler i Formasjonsmekanikk er oppgitt på side 5

### Oppgave 2



Figuren illustrerer en sylindrisk beholder, det er et overtrykk inne i beholderen og aksene er markert med en stiplet strek.

Beholderens geometri er gitt ved

- midlere radius  $r = 100 \text{ mm}$

- veggtykkelse  $t = 10 \text{ mm}$

Beholderen er utsatt for følgende belastninger

- aksialkraft  $N = 200 \text{ kN}$
- torsjonsmoment  $T = 50 \text{ kNm}$
- indre overtrykk  $p = 10 \text{ MPa}$

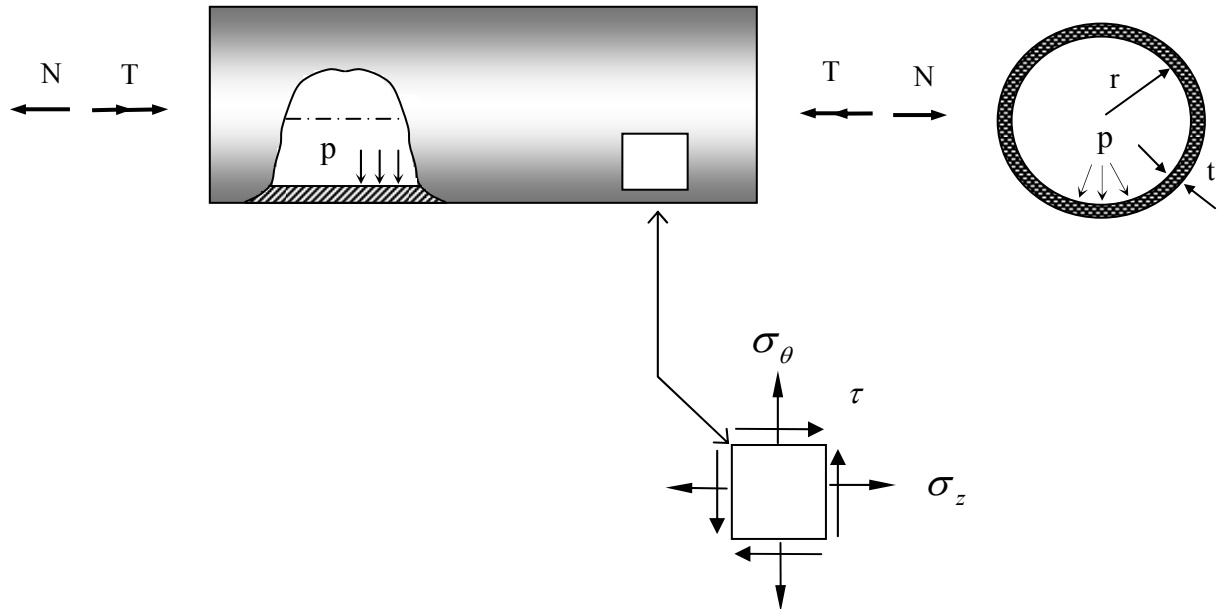
Flytegrensen til materialet i beholderen

- $f_y = 250 \text{ MPa}$

- Beregn hovedspenninger og hovedspenningsretninger i beholderveggen.
- Finn maksimal skjærspenning i beholderveggen.
- Torsjonsmomentet økes til det oppstår flytning i beholderveggen ( $N$  og  $p$  holdes konstant). Finn torsjonsmomentet ved flytning etter Mises kriteriet.



## Oppgave 2



a) Koordinatspenninger:  $\tau = \frac{T}{I_p} r = \frac{T}{2\pi r^2 t} = \frac{50 \text{ kNm}}{2\pi 100^2 \text{ mm}^2 10 \text{ mm}} = 79.6 \text{ MPa}$

$$\sigma_\theta = \frac{r}{t} p = \frac{100 \text{ mm}}{10 \text{ mm}} 10 \text{ MPa} = \underline{\underline{100 \text{ MPa}}}$$

$$\sigma_z = \frac{\sigma_\theta}{2} + \frac{N}{A} = \frac{r}{2t} p + \frac{N}{2\pi r t} = \frac{100 \text{ MPa}}{2} + \frac{200 \text{ kN}}{2\pi 100 \text{ mm} 10 \text{ mm}} = (50 + 31.8) \text{ MPa} \approx \underline{\underline{81.8 \text{ MPa}}}$$

Hovedspenninger:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_z + \sigma_\theta}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_z - \sigma_\theta}{2}\right)^2 + \tau^2} = \frac{81.8 + 100}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{81.8 - 100}{2}\right)^2 + 79.6^2}$$

$$= 90.9 \pm 80.5 \quad \underline{\underline{\sigma_1 = 171.4 \text{ MPa}}} \quad \underline{\underline{\sigma_2 = 10.4 \text{ MPa}}}$$

$$\underline{\underline{\sigma_3 = 0}}$$

Hovedspenningsretning:

$$\Phi_1 = \arctan \frac{\tau}{\sigma_1 - \sigma_z} = \arctan \frac{\sigma_1 - \sigma_\theta}{\tau} = \arctan \frac{171.4 - 100}{79.6} \approx \underline{\underline{48.3^\circ}}$$

$$\Phi_2 = \Phi_1 + \frac{\pi}{2} = \underline{\underline{138.3^\circ}}$$

b) Maksimal skjærspenning:

$$\tau_{maks} = \frac{1}{2}(\sigma_{maks} - \sigma_{min}) = \frac{1}{2}(\sigma_1 - 0) = \frac{1}{2} \cdot 171.4 MPa = \underline{\underline{85.5 MPa}}$$

c) Torsjonsmoment ved flytning:

$$\text{Mises: } \sigma_z^2 + \sigma_\theta^2 - \sigma_z \sigma_\theta + 3\tau^2 = \sigma_F^2$$

$$\tau = \sqrt{\frac{\sigma_F^2 - \sigma_z^2 - \sigma_\theta^2 + \sigma_z \sigma_\theta}{3}} = \sqrt{\frac{250^2 - 81.8^2 - 100^2 + 81.8 \cdot 100}{3}} MPa = 134.2 MPa$$

$$T = 2\pi r^2 t \cdot \tau = 2\pi \cdot 100^2 mm^2 \cdot 10 mm \cdot 134.2 MPa = \underline{\underline{84.325 kNm}} \text{ ved flytning}$$