Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Faglig kontakt under eksamen:
Kari Hag 73 59 35 21
Per Hag 73 59 17 43

Bokmål

EKSAMEN I FAG SIF5003 MATEMATIKK 1

Tirsdag 30. juli 2002
Tid: 9–14

Hjelpemidler (kode C): Enkel kalkulator (HP30S), med tilhørende bruksanvisning.
Rottmann: *Matematisk Formelsamling.*

Sensurdato: 2. september.

Alle svar skal begrunnes, og det må være med så mye mellomregning at fremgangsmåten fremgår tydelig av besvarelsen.

Oppgave 1 Avgjør om denne rekken konvergerer:

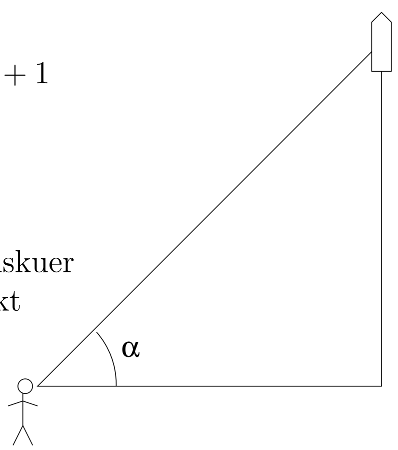
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^{3/2}+1}.$$

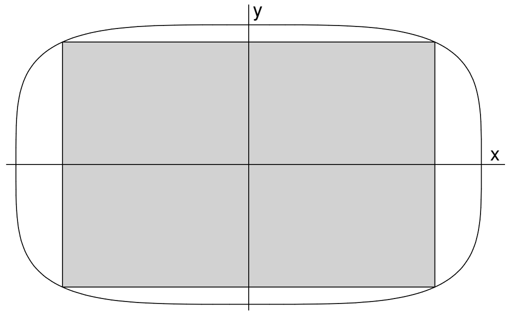
Oppgave 2 Bruk induksjon til å vise at

$$\left(1+\frac{1}{\sqrt{1}}\right)\left(1+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\cdots\left(1+\frac{1}{\sqrt{n}}\right) \geq n+1$$

for alle hele tall $n \geq 1$.

Oppgave 3 En nyttårsrakett blir sendt vertikalt opp. En tilskuer står 100 m unna og måler vinkelen α som vist på figuren. Hvor raskt stiger raketten idet vinkelen er 45° og øker med 5° per sekund?





Oppgave 4 Et torg er avgrenset av kurven (superellipsen)

$$\left(\frac{x}{5}\right)^4 + \left(\frac{y}{3}\right)^4 = 1.$$

Hvor stort areal kan et rektangel maksimalt ha når det skal ligge innenfor denne kurven og ha sider parallelle med koordinataksene?

Oppgave 5

a) Bruk trapesmetoden med fire delintervaller til å beregne integralet

$$I = \int_0^1 \cos(x^2)\, dx.$$

Hvor mange delintervall ville du bruke om feilen skulle være garantert mindre enn 10^{-5} i absoluttverdi? (Husk at svaret skal begrunnes.)

b) Finn Maclaurinrekken til $\cos(x^2)$.

c) Bruk resultatet i b) til å beregne integralet i a) med feil garantert mindre enn 10^{-3} i absoluttverdi.

Oppgave 6 La R være området i første kvadrant som ligger mellom linjene $x = 1$ og $x = 4$ og under kurven $y = x^3$. La videre T være legemet som fremkommer når R roteres om x-aksen.

a) Finn volumet av rotasjonslegemet T.

b) Finn arealet av den krumme delen av overflaten til T.

Oppgave 7 Løs initialverdiproblemet

$$xy' + y^2 = 4, \qquad y(1) = 1.$$