



Faglig kontakt under eksamen:

Ole Jacob Broch (73 55 02 56, 91 35 37 63)
Tore August Kro (73 59 18 27, 90 02 23 21)
Hans Jakob Rivertz (73 55 02 87, 93 83 21 72)

EKSAMEN I TMA4100 MATEMATIKK 1

Bokmål

Onsdag 19. desember 2007

Kl. 9 – 13

Hjelpemidler (kode C): Kalkulator HP30S

Rottmann: *Matematisk formelsamling*

Oppgavesettet har 2 sider.

Sensurdato: 21. januar 2008

Alle svar skal begrunnes, og det skal være med så mye mellomregning at fremgangsmåten fremgår tydelig av besvarelsen

Oppgave 1 Bestem grenseverdiene

$$(i) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{(x - 2)(x + 3)} \quad \text{og} \quad (ii) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x + \sqrt{\ln x}}$$

Oppgave 2 For hvilke x konvergerer rekken $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^n}$?

Oppgave 3 Området avgrenset av grafene til $y = x^2$ og $y = 1$ roteres om linjen $y = 2$. Beregn volumet av legemet som fremkommer.

Oppgave 4 Bruk Eulers metode med skrittlenge $1/3$ til å estimere $y(1)$ for initialverdi-problemet

$$y' - 3xy = 1, \quad y(0) = 0.$$

Oppgave 5 La $f(x) = \cos(\sin x)$. Vis at $|f''(x)| \leq 2$ for alle x .

Bruk trapesmetoden til å finne en tilnærming til integralet

$$\int_0^1 \cos(\sin x) dx$$

med feil mindre enn 0,01.

Oppgave 6 En laksebestand er i dag på 50 tonn. Fangst skjer med en konstant rate på r tonn per år inntil bestanden eventuelt er utdødd. Bestanden er $B(t)$ tonn etter t år, og antas å tilfredsstillere differensiallikningen

$$B'(t) = 0,3B(t) - r.$$

- Hvor mye laks kan fanges hvert år hvis man ønsker å holde bestanden konstant?
- Anta at $r > 15$. Finn et uttrykk for det tidspunktet laksestammen dør ut.

Oppgave 7 Inntil en vegg ligger en jordvoll. I et tverrsnitt er vollen avgrenset av kurven $y = \sqrt{12 - 4x^2}$, veggen er y -aksen, flatmark er x -aksen og enheten tilsvarer 1 meter. Vi ønsker å plassere en stige fra flatmark og inntil veggen. (Se figur.) Finn ligningen for tangenten i et vilkårlig punkt på kurven. Hvor lang må stigen minst være?

