



Faglig kontakt under eksamen:

Toke Meier Carlsen (73 59 17 99, 46 24 99 40)
Kristian Gjøsteen (73 55 02 42, 90 74 89 96)
Harald Hanche-Olsen (73 59 35 25)
Marius Irgens (73 55 02 28, 47 86 45 35)

EKSAMEN I TMA4100 MATEMATIKK 1

Tirsdag 16. desember 2008

Tid: 09:00 – 13:00

Sensur 16. januar 2009

Hjelpemidler (Kode C): Bestemt kalkulator (HP 30S eller Citizen SR-270X)
Rottmann: *Matematisk formelsamling*

Alle svar skal begrunnes, og det skal være med så mye mellomregning at fremgangsmåten fremgår tydelig av besvarelsen.

Oppgave 1 Regn ut

$$i) \int_0^{\pi/2} \sin \theta \cos \theta \, d\theta \qquad ii) \int_{-1}^1 (1-x)e^x \, dx$$

Oppgave 2

- Vis at funksjonen $f(x) = x^3 + 2x - 1$ har nøyaktig ett nullpunkt i intervallet $[0, 1]$.
- Finn en tilnærmet verdi for dette nullpunktet ved å bruke Newtons metode med $x_0 = 1/2$ til de to første desimalene har stabilisert seg.

Oppgave 3 En 250 liters tank inneholder 200 liter saltlake med en konsentrasjon på 100 gram salt per liter. Fra tiden $t = 0$ strømmer en annen saltlake med konsentrasjon 200 gram salt per liter inn i tanken med en hastighet på 3 liter per minutt. Samtidig lekker tanken med en konstant hastighet på 2 liter per minutt. Vi antar at væsken i tanken blandes øyeblikkelig, slik at saltlaken som renner ut til enhver tid har samme konsentrasjon som laken i resten av tanken. Hvis $s(t)$ er antall gram salt i tanken og t er tiden i minutter kan man vise (du behøver ikke gjøre dette) at s tilfredstiller differensiallikningen

$$\frac{ds}{dt} = 600 - \frac{2s}{200 + t}.$$

Hvor mange minutter tar det å fylle tanken, og hvor mye salt er det i tanken på det tidspunktet?

Oppgave 4

a) Vis at Taylorrekken til funksjonen $f(x) = \ln(1 - x)$ om $x = 0$ er

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{-1}{n} x^n.$$

b) For hvilke verdier av x konvergerer denne potensrekken?

Oppgave 5 For alle $c > 0$ lar vi B_c være området i xy -planet begrenset av kurvene

$$x = 1, \quad x = e^{\pi/c}, \quad y = \sqrt{\frac{\ln(x)}{x} \sin(c \ln(x))} \quad \text{og} \quad y = 0.$$

Bestem $c > 0$ slik at volumet som fremkommer når området B_c roteres om x -aksen er $\frac{\pi^2}{2}$.

Oppgave 6 Du skal bære en rett stokk fra en én meter bred gang inn i et rom som er åtte meter bredt (se figuren). Stokken bæres vannrett og vi antar at den er uendelig tynn. Hvor lang kan den maksimalt være?

