Oppgave 1 Finn ligningen til tangenten til kurven

$$xe^{x-y} - xy = e$$

i punktet $(1, 0)$.

Oppgave 2 Regn ut det ubestemte integralet

$$\int \frac{dx}{x^3 - x}.$$

Oppgave 3 Gitt initialverdiproblemet

$$y' = \cos(xy - x), \quad y(0) = \frac{9}{10},$$

som vi antar har en entydig løsning på intervallet $[0, 1]$. La y_n være approksimasjonen til denne løsningen i punktet $x_n = n/10$ $(0 \leq n \leq 10)$ når vi bruker Eulers metode med skrittlengde $1/10$. Finn y_2.

Oppgave 4 La f være en fem ganger deriverbar funksjon som har

$$P_4(x) = 3 + 2x^2 + x^3 + 4x^4$$

som Taylor-polynom av grad 4 om $a = 0$.

a) Finn $f'''(0)$.

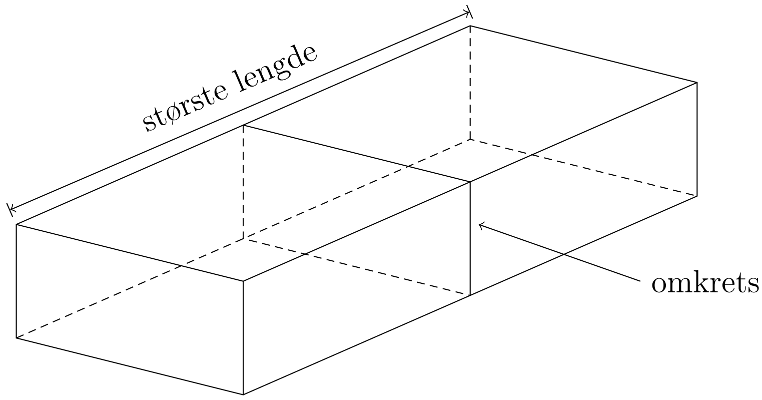
b) For hvilke x kan vi helt sikkert si at

$$|f(x) - P_4(x)| \leq 10^{-6}$$

når vi vet at $|f^{(5)}(x)| \leq 12$ for alle x?

Oppgave 5 Vis at det største arealet et rektangel med omkrets c kan ha, oppnås for et kvadrat med sidelengde $c/4$.

For forsendelser av særpakker har Posten følgende regel: Summen av omkretsen og største lengde må ikke overskride 150 cm. Finn dimensjonene på den «rektangulære» pakken med størst volum som kan sendes.



Oppgave 6 Anta at

$$f(x) = \int_1^x \sqrt{t^4 - 1}\, dt$$

for $x \geq 1$. Bestem buelengden til grafen til f på intervallet $[1, 2]$.

Oppgave 7 Betrakt funksjonen

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right), & x \neq 0 \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

Bruk definisjonen av den deriverte til å avgjøre om f er deriverbar i $x = 0$.

Oppgave 8 Avgjør hvilke(n) av rekkene nedenfor som konvergerer. Svaret skal begrunnes.

(i) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} n^2 \left(\frac{1}{2}\right)^n$ (ii) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin\left(2\pi n + \frac{\pi}{2}\right)$ (iii) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{10^n}{n!}$

Oppgave 9 Finn Maclaurin-rekken til funksjonen $\frac{\sin(x^3)}{x^3}$, og bruk denne rekken til å uttrykke det bestemte integralet

$$\int_0^1 \frac{\sin(x^3)}{x^3} dx$$

som en alternerende rekke. Hvor mange ledd må du summere for at partialsummen skal approksimere integralet med en feil mindre enn 10^{-3}?