Oppgåve 1 Bruk delvis integrasjon til å berekne integralet

$$\int_1^e x^2 \ln x \, dx.$$

Oppgåve 2 Løys startverdiproblemet

$$\frac{dx}{dt} = e^x \sin t, \qquad x(0) = 1.$$

Oppgåve 3 La R vere området i planet avgrensa av kurvene $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$ og linjene $x = 0$ og $x = 1$. Finn volumet til omdreiningslekamen du får ved å dreie R om x-aksen.

Oppgåve 4 Berekn det ubestemte integralet

$$\int \frac{x^2 + x + 1}{x^3 + x} dx.$$

Oppgåve 5 Finn punkta der funksjonen $f(x) = \sin|x| - x/2 + 1$ oppnår høvesvis sitt maksimum og sitt minimum på intervallet $[-\pi/2, \pi/2]$.

Oppgåve 6 Ei boreplattform slepast med hastigheit 8 km/time idet slepewiren ryk. Plattforma sig vidare i same retning. Hastigheita avtar til enhver tid med ein rate som er proporsjonal med kvadratet av hastigheita. Etter 5 minutt er hastigheita redusert til 6 km/time. Kor lang tid vil det ta før hastigheita har sunket til 1 km/time?

Oppgåve 7

a) Berekn bogelengda til grafen til funksjonen $f(x) = (x + 2)^{\frac{3}{2}}$ for $2 \leq x \leq 7$.

b) Betrakt nå funksjonen $g(x) = x^{\frac{2}{3}} - 2$ for $8 \leq x \leq 27$. Kva for ein samanheng er det mellom f og g? Forklar kvifor grafen til g på intervallet $[8, 27]$ har same bogelengde som den du fant i punkt **a)**.

Oppgåve 8 Grunntallet e til den naturlege logaritmen kan definerast som løysinga x av likninga

$$1 = \int_1^x \frac{dt}{t}. \qquad (*)$$

Forklar kvifor trapesmetoden med $n = 1$ gir ein for stor verdi for integralet i $(*)$. Bruk dette til å utlede ulikskapen

$$e^2 - 2e - 1 > 0.$$

Kva for ei nedre avgrensing gir dette for e?

Oppgåve 9 Angi ein funksjon $f(x)$ slik at

$$\frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^{n} k e^{-\frac{k^2}{n^2}}$$

er ein Riemann-sum for f på intervallet $[0, 1]$. Bruk dette til å bestemme grenseverdien

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^{n} k e^{-\frac{k^2}{n^2}}.$$