Oppgåve 1 Avgjer om integralet

$$\int_{-1}^{\infty} \frac{x+3}{x^2+4x+4}\,dx$$

konvergerer eller divergerer.

Oppgåve 2

a) Vis at likninga

$$\arctan x - 2x + 4 = 0$$

har nøyaktig éi løysing. Finn ein tilnærma verdi for løysinga ved å bruke Newtons metode med to iterasjonar og $x_0 = 2$.

b) Vis at kurva

$$e^{y/4}\arctan x + 4 - ye^x = 2x\cos(\pi y)$$

skjer x-aksen nøyaktig éin gong. Finn likninga til tangenten til kurva i punktet $(0, 4)$.

Oppgåve 3 Bestem konstanten L slik at funksjonen

$$f(x) = \begin{cases} \sin^2(x-1)\cos\left(\frac{1}{x-1}\right) & \text{for } x \neq 1, \\ L & \text{for } x = 1, \end{cases}$$

blir kontinuerleg.

Oppgåve 4 Gitt funksjonen

$$f(x) = e^{5/2+\cos x} \quad \text{for } x \in [0, \pi],$$

rekn ut $(f^{-1})'(e^3)$, der f^{-1} er den inverse funksjonen til f.

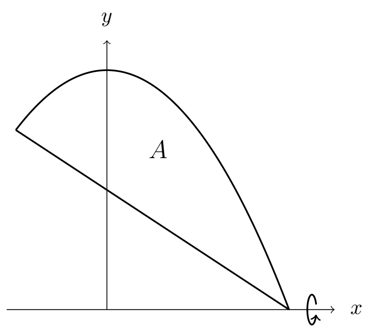
(Vink: Du kan bruke at $(f^{-1})'(x) = 1/f'(f^{-1}(x))$ utan bevis.)

Oppgåve 5

La A vere området i xy-planet som er avgrensa av kurvene

$$y_1 = 4 - x^2$$
$$y_2 = 2 - x.$$

Bestem volumet av omdreiingslekamen som oppstår ved å dreie A om x-aksen.



Oppgåve 6 Finn Taylor-polynomet av grad 2 for funksjonen

$$f(x) = \int_0^x 2t\sin(\pi - t)\,dt$$

om punktet $a = \pi/2$.

Oppgåve 7 Avgjer om følgjande rekker er absolutt konvergent, betinga konvergent eller divergent.

$$(i)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n+\ln n} \qquad (ii)\ \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n-1}{n^4} \qquad (iii)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n}{n^2-\arctan n}$$

Oppgåve 8 Bruk Simpsons metode med fire delintervall til å finne tilnærminga S_4 til bogelengda til grafen til $y = \sin x^2$ frå $x = 0$ til $x = 1$.

Oppgåve 9 Løys startverdiproblemet

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y-1}{x^3-2x^2+2x}, \qquad y(1) = 0$$

der vi antar at $x > 0$.

(Vink: $x^3 - 2x^2 + 2x = x(x^2-2x+2) = x\left((x-1)^2+1\right)$.)