NTNU

Kunnskap for en bedre verden

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i **TMA4110 Matematikk 3**

Faglig kontakt under eksamen: Markus Szymik[a], Gereon Quick[b]

Tlf: [a]41 11 67 93 , [b]48 50 14 12

Eksamensdato: 30 November 2015

Eksamenstid (fra–til): 09:00–13:00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: C: Enkel kalkulator (Casio fx-82ES PLUS, Citizen SR-270X, Citizen SR-270X College, eller Hewlett Packard HP30S), Rottmann: Matematiske formelsamling.

Målform/språk: bokmål

Antall sider: 3

Antall sider vedlegg: 0

Kontrollert av:

Dato Sign

Merk! Studenter finner sensur i Studentweb. Har du spørsmål om din sensur må du kontakte instituttet ditt. Eksamenskontoret vil ikke kunne svare på slike spørsmål.

Oppgave 1

a) Finn polarkoordinatene til de komplekse tallene z som tilfredsstiller $iz = \bar{z}$.

b) Finn alle løsningene til $z^4 = (z-1)^4$.

Oppgave 2

Se på ligningen

$$y'' + 4y = q(t).$$

a) Finn den generelle løsningen til ligningen når $q(t) = 0$.

b) Finn den generelle løsningen til ligningen når $q(t) = \cos 3t$.

c) Gitt at $q(t) = e^{2t}$, finn en løsning som tilfredsstiller initialbetingelsene $y(0) = \frac{1}{4}$ og $y'(0) = \frac{1}{2}$.

Oppgave 3

La

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Finn den generelle løsningen til systemet $x' = Ax$ av første ordens differensialligninger.

Oppgave 4

La z være en løsning av $z^2 + z + 1 = 0$. Finn en løsning av ligningen

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & z & z^2 & 0 \\ 1 & z^2 & z & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Oppgave 5

Finn determinanten og inversen til matrisen

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}.$$

Oppgave 6

La

$$u = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad v = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}, \qquad w = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Finn en lineærkombinasjon av u og v som er ulik nullvektoren og som er ortogonal til w.

Oppgave 7

La A være matrisen

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

a) Finn en basis til vektorrommene $\mathrm{Nul}(A)$ og $\mathrm{Col}(A)$.

b) Bestem egenverdiene og egenvektorene til A.

c) Finn matriser P og D som tilfredsstiller $A = PDP^{-1}$.

Oppgave 8

Fotballaget FC Troll kan enten vinne, tape eller spille uavgjort i serien. Selv om Askeladden ikke er en fan av laget, har han fulgt nøye med på resultatene til FC Troll en stund. Han har observert at resultatene følger et bestemt mønster:

- Dersom de vinner en kamp, er det 50% sannsynlig at de vil vinne og 30% sannsynlig at de vil tape neste kamp.

- Dersom de taper en kamp, er det 80% sannsynlig at de vil tape og 20% sannsynlig at de vil vinne neste kamp.
- Dersom den forrige kampen ble uavgjort, er det 40% sannsynlig at den neste kampen også blir uavgjort, og 30% sannsynlig at de vil tape neste kamp.

Etter at Askeladden har latt være å følge med på kampene en stund, går han igjen på en av kampene til FC Troll. Hva er det mest sannsynlige utfallet av kampen? Gi sannsynligheten for hvert av de tre mulige utfallene.

Oppgave 9

Finn ligningen $y = mx + c$ til linja som passer best til punktene $(0,1)$, $(1,-2)$, $(2,3)$ og $(3,6)$.

Oppgave 10

La A være en $n \times n$ matrise slik at $A = A \cdot A$. La $\{x_1, \ldots, x_k\}$ være en basis for $\mathrm{Nul}(A)$, og la $\{b_1, \ldots, b_l\}$ være en basis for $\mathrm{Col}(A)$. Vis at $\{x_1, \ldots, x_k, b_1, \ldots, b_l\}$ er en basis for $\mathbb{R}^n$.