NTNU

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgåve i **TMA4115 Matematikk 3**

Fagleg kontakt under eksamen: Antoine Julien, Eugenia Malinnikova

Tlf: 73597782, 73550257

Eksamensdato: 26. mai, 2015

Eksamenstid (frå–til): 09:00-13:00

Hjelpemiddelkode/Tillatne hjelpemiddel: C: Enkel kalkulator (Casio fx-82ES PLUS, Citizen SR-270X eller Citizen SR-270X College, Hewlett Packard HP30S), Rottmann: *Matematisk formelsamling*

Annan informasjon:

Alla svara skal grunngjevast og det skal gå klårt fram korleis svara er oppnådd. Kvar av dei 12 punkta tel likt ved sensur.

Målform/språk: nynorsk

Sidetal: 2

Sidetal vedlegg: 0

Kontrollert av:

Dato Sign

Merk! Studentane finn sensur i Studentweb. Har du spørsmål om sensuren må du kontakte instituttet ditt. Eksamenskontoret vil ikkje kunne svare på slike spørsmål.

Oppgåve 1 Løys den kvadratiske likninga $z^2 + (4 + 2i)z + 3 = 0$, skriv løysingane på normalforma.

Oppgåve 2

a) Løys initialverdiproblemet

$$x'' + 6x' + 8x = 0, \quad x(0) = 0,\ x'(0) = 8.$$

Kva er den største verdien til løysinga $x(t)$ når $t > 0$?

b) Finn den stasjonære løysinga av likninga

$$x'' + 6x' + 8x = 4\cos 2t.$$

Oppgåve 3 Finn generell løysing til likninga

$$y'' + y = 3x + \tan(x).$$

(Hint $\int (\cos x)^{-1} dx = \ln|\sec x + \tan x|$.)

Oppgåve 4 Lat

$$A = \begin{bmatrix} 1 & t \\ t & 2 \end{bmatrix}.$$

a) For kva for verdiar av t har likninga $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ ei løysing for alle $\mathbf{b}$ i $\mathbb{R}^2$?

b) Finn ein LU-dekomposisjon av A (svaret skal vere avhengig av t).

Oppgåve 5 Gjeve dei følgjande vektorane i $\mathbb{R}^4$

$$\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_3 = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_4 = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix},$$

lat $V = \text{Span}\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4\}$.

a) Er vektorane $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4\}$ lineært uavhengige? Finn ein basis for V.

b) Finn ein ortogonal basis for V.

c) Finnast det ein vektor $\mathbf{u} \neq \mathbf{0}$ i $\mathbb{R}^4$ som er ortogonal til $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4$?

Oppgåve 6

a) Finn (komplekse) egenverdiar og (komplekse) egenvektorar til matrisa

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

b) Finn løysinga til likningssystemet

$$\begin{aligned} x_1' &= x_1 - 2x_2 \\ x_2' &= x_1 + 3x_2 \end{aligned}$$

som oppfyller startvilkåra $x_1(0) = 1$ og $x_2(0) = 1$. Skriv svaret med reelle funksjonar.

Oppgåve 7 Anta at A er ei $m \times n$-matrise med reelle element. Vis at $\mathbf{x} \cdot A^T A\mathbf{x} \geq 0$ for kvar $\mathbf{x}$ i $\mathbb{R}^n$, og difor er kvar reell egenverdi til $A^T A$ ikkje-negativ.