Løsningskisse:
EKSAMEN 24. mai 2005
I EMNE TTM4120 Pålitelige systemer.

2005-05-18; 2005-05-26; 2005-07-05, BEH

■ Generell informasjon om løsningsskissen

Denne inneholder både en skisse til løsning og det mellomregninger som er gjort for å komme frem til delresultater som er gitt i oppgaveteksten. Den er (som vanlig :-) mer omstendelig og detaljert enn de som kreves ved en eksamens-besvarelse. Det er også tatt med elementer som ikke ble gitt til eksamen og alternative løsninger.

■ a) Estimater fra observerte verdier

$$\text{MTBF} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (o_i + d_i)}{n}$$

$$U = \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i}{t_p}$$

Sorter de observerte oppetider i stigende rekkefølge $o_{(i)}$ hvor $o_{(i)} \leq o_{(i+1)}, \ \forall i$. Sett $o_{(0)} = 0$ og $o_{(n+1)} = \infty$ (Fremgansmåte som korresponderer til øving 1.)

$$F_o[t] = i/n \ /; \ o_{(i)} \leq t \leq o_{(i+1)}$$

Alternativ løsning

$$F_o[t] = \sum_{i=1}^{n} I[o_i \leq t]/n$$

■ b) Restlevetid

$$F_o[t\_] := 1 - (g\,\mathrm{Exp}[-\gamma\, t] + d\,\mathrm{Exp}[-\delta\, t])$$

■ Krav til a og b
<<Tentativt spørsmål, ikke med i oppgaven; mindre relevans til faget>>

En fysikalsk beskrivelse krever at

$$0 \leq g + d \leq 1$$

Hvis mindre enn en, indikerer det umiddelbart feiling. Likhet med null, alltid umiddelbar feiling.

Positivt derivert = ingen "negative sannsynligheter".

```
D[F_o[t], t] ≥ 0, ∀ t
```

$$e^{-t\gamma} g \gamma + d e^{-t\delta} \delta \geq 0, \ \forall t$$

Midlere oppetid

```
MUT = Integrate[1 - F_o[t], {t, 0, Infinity}, Assumptions → Re[γ] > 0 && Re[δ] > 0]
```

$$\frac{g}{\gamma} + \frac{d}{\delta}$$

Fordelingen av gjenværende tid til feil.

Uttrykket for tetthetsfunksjon av restlevetid er gitt i pensum og bør huskes. Hvis ikke forventes at utledningen tas på relativt strak arm. I dette tilfellet finnes også en direkte utledning.

```
f_r[t_] := (1 - F_o[t]) / MUT

Clear[Rr]

Rr[t_] := Rr[t] = Integrate[f_r[x], {x, t, Infinity},
   Assumptions → Re[γ] > 0 && Re[δ] > 0 && Re[g] ≥ 0 && Re[d] ≥ 0]

Rr[t]
```

$$\frac{d\, e^{-t\delta} \gamma + e^{-t\gamma} g \delta}{d \gamma + g \delta}$$

Alternativt direkte resonnement,

(løsning fra student på eksamen):
$P[T_F > t] = P[T_F > t \mid$ " g fordeling "] P[" g fordeling "] + $P[T_F > t \mid$ " d fordeling "] P[" d fordeling "]
Fordelingene er gitt av sannsynligheten for å "treffe" en kort eller lang fordeling

```
P["g fordeling"] = (g/γ) / MUT // Simplify
```

$$\frac{g \delta}{d \gamma + g \delta}$$

```
Rrx[t_] = e^(-t γ) (g δ)/(d γ + g δ) + e^(-t δ) (d γ)/(d γ + g δ) // Simplify
```

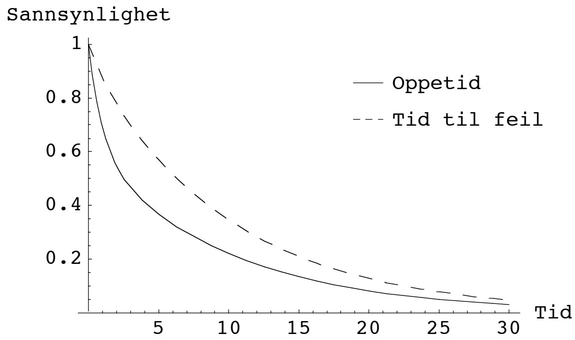
$$\frac{d\, e^{-t\delta} \gamma + e^{-t\gamma} g \delta}{d \gamma + g \delta}$$

Diskusjon

```
Params = {γ -> 1, δ → 0.1, g -> 1 - d, d -> 0.6};

<< Graphics`Legend`
```

```
Plot[Evaluate[{1 - F0[t], Rr[t]} //. Params], {t, 0, 30},
 PlotRange → All, PlotStyle → {GrayLevel[0], Dashing[{.03}]},
 PlotLegend → {"Oppetid", "Tid til feil"}, LegendPosition → {0.2, 0.1},
 LegendShadow → None, AxesLabel → {"Tid", "Sannsynlighet"}, LegendTextSpace → 6]
```



- Graphics -

Oppetidene kan betraktes som å være negativt eksponensialfordelte, enten fra en fordeling med middelverdi 1, eller fra en fordeling med middelverdi 10. Ca 40 % av oppetidene er korte, de resterende er lange, med en typisk middelverdi på 10 (gitt av δ). Ved å gå tilfeldig inn og observere systemet når det er oppe, vil en ha størst sannsynlighet for å treffe en lang oppetid. Siden fordelingen gjenværende tid i eksponensialfordelinger er lik fordelingen (hukommelsesløshet), vil sannsynligheten for at gjenværende oppetid skal være en lang (ha middelverdi større en den originale oppetid) være større.

■ c) Temperaturavhengighet.

Relasjonen følger fra Arrenius lov (kreves ikke) som gitt sammenhengen mellom absolutt temperatur og kjemisk reaksjonshastighet. Det antas at feilintensitet/rate følger den kjemiske reaksjonshastigheten.

■ Relasjon

```
z[T_] = C Exp[-c / T];
```

Her er C en ukjent konstant og $c = E_a / k$ *(kreves ikke)* hvor E_a er aktiveringsenergien for feilprosessen og k er Boltzmanns konstant.

NB! her er T den absolutte temperatur.

■ Prediktering

Det er gitt sammenheng mellom temperatur og feilintensitet.

```
{z[T1] == α1, z[T2] == α2};
```

```
Map[Log, %, {2}] // Simplify
```

$\left\{\mathrm{Log}\left[C\, e^{-\frac{c}{T1}}\right] == \mathrm{Log}[\alpha 1],\ \mathrm{Log}\left[C\, e^{-\frac{c}{T2}}\right] == \mathrm{Log}[\alpha 2]\right\}$

$\mathbf{linset} = \left\{\mathrm{Log}[C] - \frac{c}{T1} == \mathrm{Log}[\alpha 1],\ \mathrm{Log}[C] - \frac{c}{T2} == \mathrm{Log}[\alpha 2]\right\};$

```
Solve[linset, {Log[C], c}]
```

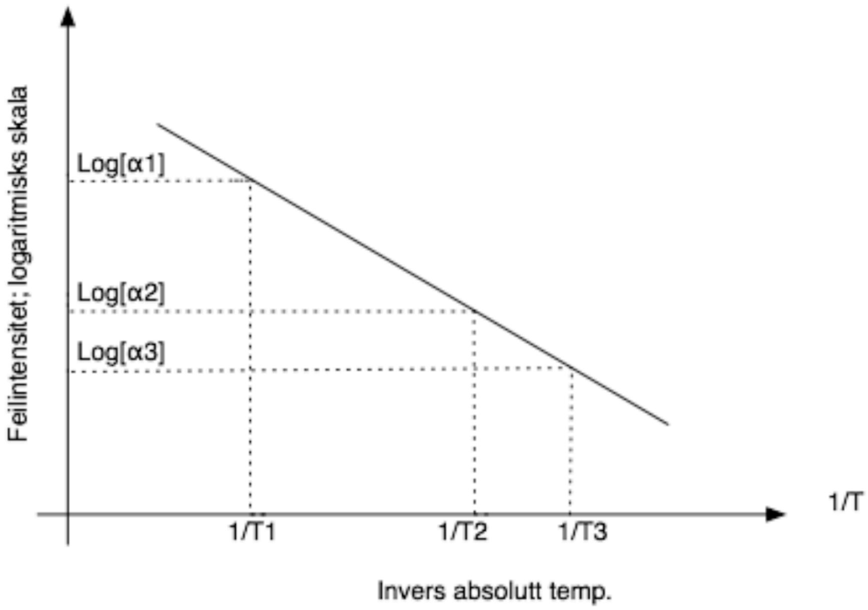
$$\left\{\left\{\mathrm{Log}[C] \to -\frac{-\mathrm{T1}\ \mathrm{Log}[\alpha 1] + \mathrm{T2}\ \mathrm{Log}[\alpha 2]}{\mathrm{T1} - \mathrm{T2}},\ c \to \frac{\mathrm{T1}\ \mathrm{T2}\ (\mathrm{Log}[\alpha 1] - \mathrm{Log}[\alpha 2])}{\mathrm{T1} - \mathrm{T2}}\right\}\right\}$$

Følgelig kan vi prediktere den nødvendig absolutte temperaturen T3 ved

$$\mathrm{Solve}\left[\mathrm{Log}[C] - \frac{c}{\mathrm{T3}} == \mathrm{Log}[\alpha 3],\ \mathrm{T3}\right] \,//\, \mathrm{First}$$

$$\left\{\mathrm{T3} \to \frac{c}{\mathrm{Log}[C] - \mathrm{Log}[\alpha 3]}\right\}$$

En alternativ "grafisk" løsning som den nedenstående godtas også med behørig forklaring.



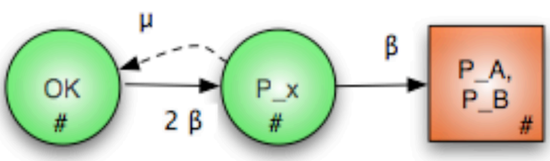
- **Usikkerhetsfaktorer**

Det kan være statistisk usikkerhet knyttet til observasjonene av α_i og T_i .

Den dominerende feilmekanismen kan være ulik i ulike temperaturområder. (Avhenger av aktiveringsenergi og proposjonalitetskonstant.)

■ d) Modell av maskinvaren og likninger.

- **Tilstandsmodell**



■ Ligninger

```
<< "/Users/bjarne/Undervisning/MMA
   tools/Packages and demos/Dependability/StateDiagrams.m"
```

```
MUT::shdw : Symbol MUT appears in multiple contexts {Dependability`StateDiagrams` , Global`}; definitions
   in context Dependability`StateDiagrams`  may shadow or be shadowed by other definitions. More…
```

Setter opp transisjonsmatrisen fra figuren.

```
(Mx = SetDiagonal[Transpose[{{xx,2 β,0},{μ,xx,β},{0,0,xx}}]])//MatrixForm
```

$$\begin{pmatrix} -2\beta & \mu & 0 \\ 2\beta & -\beta-\mu & 0 \\ 0 & \beta & 0 \end{pmatrix}$$

(Operational mode og State labels for StateDiagrams.m pakke.)

```
WorkingQ = {True,True, False};Labels = {"OK", "1 Failed", "2 Failed"};
```

```
General::spell1 :
 Possible spelling error: new symbol name "Labels" is similar to existing symbol "Label". More…
```

Ligninger etableres som ordinært første orden diff lign. Vektoren med tilstandssansynnlighet kalles $p[t]$.

```
∂t p[t] == Mx.p[t]
```

Initialbetingelse $p[0] = \{1, 0, 0\}$. Og hvor funksjonsannsynligheten er gitt av

```
R[t] = p[t] .{1, 1, 0}
```

■ Løsning; ikke endel av oppgaven.

```
R[τ_] = RelFunc[Mx, WorkingQ, τ]
```

$$\Big(e^{-\frac{1}{2}\left(3\beta+\mu+\sqrt{\beta^2+6\beta\mu+\mu^2}\right)\tau}\Big(\Big(1+e^{\sqrt{\beta^2+6\beta\mu+\mu^2}\,\tau}\Big)\beta^2+\mu\Big(\Big(1+e^{\sqrt{\beta^2+6\beta\mu+\mu^2}\,\tau}\Big)\mu+\Big(-1+e^{\sqrt{\beta^2+6\beta\mu+\mu^2}\,\tau}\Big)\sqrt{\beta^2+6\beta\mu+\mu^2}\Big)+3\beta\Big(2\Big(1+e^{\sqrt{\beta^2+6\beta\mu+\mu^2}\,\tau}\Big)\mu+\Big(-1+e^{\sqrt{\beta^2+6\beta\mu+\mu^2}\,\tau}\Big)\sqrt{\beta^2+6\beta\mu+\mu^2}\Big)\Big)\Big)\Big/\left(2\left(\beta^2+6\beta\mu+\mu^2\right)\right)$$

Finner penere form uttrykket ved egenverdiene.

```
{xy, r1, r2} = Eigenvalues[Mx]
```

$$\left\{0,\ \frac{1}{2}\left(-3\beta-\mu-\sqrt{\beta^2+6\beta\mu+\mu^2}\right),\ \frac{1}{2}\left(-3\beta-\mu+\sqrt{\beta^2+6\beta\mu+\mu^2}\right)\right\}$$

```
R[τ] == (Rh[τ] = r1 / (r1 - r2) Exp[r2 τ] - r2 / (r1 - r2) Exp[r1 τ]) // Simplify
```

```
True
```

■ e) MTFF med diskusjon

```
MTFF = Integrate[Rh[τ], {τ, 0, Infinity},
  Assumptions → Re[√(β² + 6 β μ + μ²)] < 3 Re[β] + Re[μ]]
```

$$\frac{3\beta+\mu}{2\beta^2}$$

■ Håndregnet

```
r1 / (r1 - r2) / r2 - r2 / (r1 - r2) / r1
```

```
(r1^2 - r2 ^2) / ((r1 - r2) r1 r2)
```

```
(r1 + r2) / (r1 r2)
```

```
r1 + r2 // Simplify
```

$-3\,\beta-\mu$

```
(r1 r2)
```

$\frac{1}{4}\left(-3\,\beta-\mu-\sqrt{\beta^2+6\,\beta\,\mu+\mu^2}\right)\left(-3\,\beta-\mu+\sqrt{\beta^2+6\,\beta\,\mu+\mu^2}\right)$

Tredje og andre kvadratsetning!

```
% // Simplify
```

$2\,\beta^2$

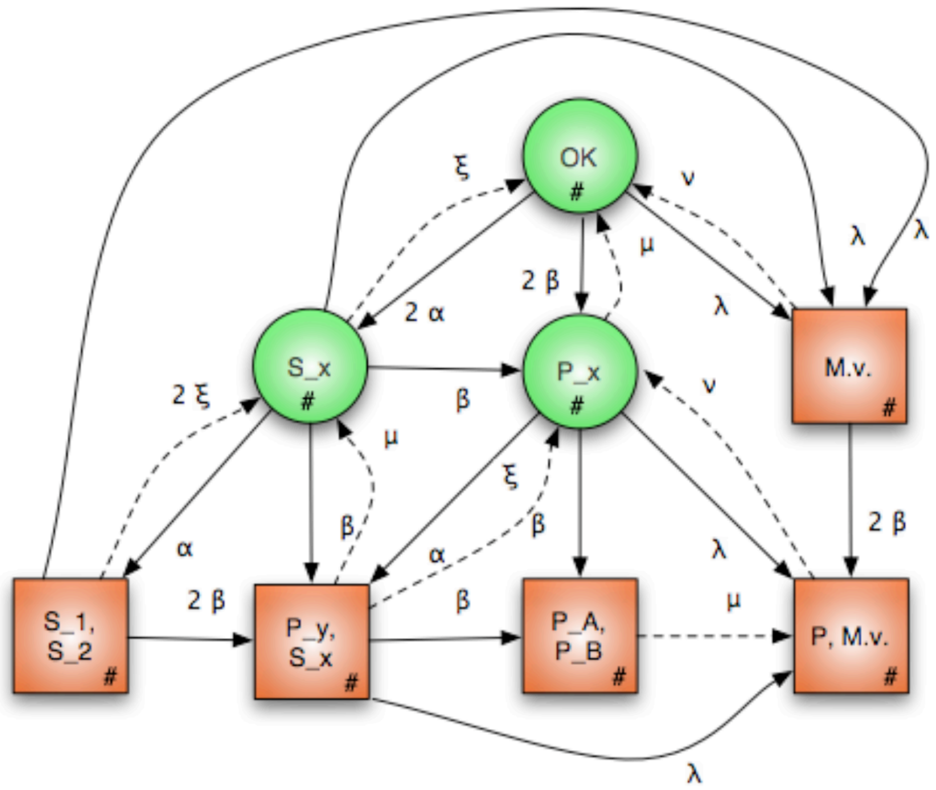
■ Diskusjon

$\mu \to 0$ svarer til ingen reparasjon. I middel vil det gå $1/(2\,\beta)$ til den første prosessoren feiler, og $1/\beta$ til den andre feiler; tilsammen $3/(2\,\beta)$.

$\mu \to \infty$ svarer til øyeblikkelig reparasjon. To samtidige feil kan ikke inntreffe og MTFF $\to \infty$.

$\mu \gg \beta$ innebærer at MTFF reduseres til $\frac{\mu}{2\,\beta^2}$. Systemet vil, før det feiler, pendle mellom OK og en feil. Sannsynligheten for å finne det i en tilstand med en feil er tilnærmet $2\,\beta/\mu$. Feilintensitet mens det er i denne tilstanden er β. Den samlede feilintensiteten blir da $2\,\beta/\mu\cdot\beta = 1/(\text{MTFF})$.

■ f) Tilstandsdiagram



■ g) Introduserer elementer

Kommentar: Dette spørsmålet er nesten likt et spørsmål som ble gitt på obligatorisk laboratorium. Eneste utvidelse er at det nå er flere klienter i stedet for bare en.Vi får derfor testet om kandidatene forstår at hver klient har en egen stub.

Løsning:

- Introduser minst en prosessor som kjører depenable registry (DR). DR tjenesten kjøres normalt av en gruppe for feiltoleranse.

-Minst en server starter og registrerer en proxy i et Dependable Registry.

-Hver server har et proxy-objekt

-Hver av klientene laster ned en klient-proxy fra dependable registry til sin maskin. Denne proxien brukes til å kommunisere med gruppen.

■ h) Typer metodekall og semantikk

■ Typer metodekall

Kommentar: Dette spørsmålet er innholdsmessig likt et spørsmål som ble gitt til laben.
.Løsning:
-IGMI benyttes mellom serverne,internt i gruppen;
-EMGI benyttes mellom en klient og servergruppen;

Disse bør være forskjellige fordi:
i) Synlighet, metoder for koordinering av tilstand mellom serverne bør være gjemt for klientene
ii) Transparens,klientene trenger ikke å forholde seg til at de kommuniserer med en gruppe med replikerte servere
iii) effektivitet,uten skille ville klientene måtte være medlem i gruppen,noe som ville ført til problemer med skalerbarhet.

■ Semantikk i kall

Kommentar: Scenario som likner på implementasjonen i laben, men her har ikke hver server ansvaret for en del av databasen. Flere mulige løsninger.
Løsning:
Fra ovenstående er det "opplagt" at EMGI skal benyttes.
-Multicast ved registrering fordi nøkkelen skal være tilgjengelig på alle serverne samtidig. Replikaene av databasen holdes konsistent ved endring.
-Unicast ved henting fordi nøklene er like på alle serverne.Ingen endring av databasen. Multicast gjør at vi mister fordelen med lastdeling.
-Multicast ved tilbaketrekking fordi nøkkelen må fjernes fra alle serverne samtidig. Replikaene av databasen holdes konsistent ved endring

(Bruk av unicast ved endring og senere propagering til det andre replikaet medfører at feil kan medføre at informasjonen går tapt. Ikke akseptabel løsning.)