Sammendrag kapittel *1 - Aritmetikk og algebra*

Regneregler for brøker

- Utvide brøk: Gang med samme tall i teller og nevner.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot k}{b \cdot k}$$

- Forkorte brøk: del med samme tall i teller og nevner.

$$\frac{a}{b} = \frac{a : k}{b : k}$$

- Summere brøker: Finn fellesnevner, legg deretter sammen tellerne.

$$\begin{aligned} \frac{a}{b} + \frac{b}{cd} &= \frac{a \cdot d}{b \cdot d} + \frac{c}{bd} \\ &= \frac{a \cdot b + c}{bd} \end{aligned}$$

- Gange brøker: Ganger tellerne med hverandre og nevnerne med hverandre.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \qquad a \cdot \frac{c}{d} = \frac{a}{1} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{1 \cdot d} = \frac{ac}{d}$$

- Dividere med brøk: Multipliserer i stedet med omvendt brøk.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Kvadratsetningene

- Første kvadratsetning: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- Andre kvadratsetning: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- Tredje kvadratsetning (konjugatsetningen): $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Faktorisering

- Et uttrykk er faktorisert dersom det bare består av ett ledd.

Sammendrag kapittel *2 - Potenser og røtter*

Regneregler for potenser

- $a^0 = 1$
- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
- $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
- $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

- $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$
- $\dfrac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$
- $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$

<u>Standardform</u>

$$\pm a \cdot 10^n$$

der $1 \leq a < 10$ og n er et helt tall.

- Positiv eksponent: hvor mange plasser kommaet er flyttet mot høyre.
- Negativ eksponent: hvor mange plasser kommaet er flyttet mot venstre.

<u>Røtter</u>

- $\sqrt[n]{x} = a$ dersom $a^n = x$ ($\sqrt[2]{x} = \sqrt{x}$).
- Er n et partall må $\sqrt[n]{x}$ være *positivt*.

Sammendrag kapittel *3 - Grafer og funksjoner*

<u>Rett linje</u>

- $y = ax + b$ gir en rett linje.
- b sier hvor linjen skjærer andreaksen.
- $a = \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{y_2 - y_2}{x_2 - x_1}$
- En rett linje med stigningstall a, som går gjennom punktet (x_1, y_1) har likningen

$$y - y_1 = a(x - x_1) \text{ (ettpunktsformelen)}$$

<u>Funksjon</u>

- y er en funksjon av x hvis hver mulig verdi for x gir nøyaktig én verdi for y.

<u>Nullpunkt</u>

- x er et nullpunkt for f dersom $f(x) = 0$.

<u>Løse likningssett grafisk</u>

- Ser hvor likningene skjærer hverandre, dvs hvor de er like.

Sammendrag kapittel *4 - Likninger og likningssystemer*

Regneregler

- $a - b = c \Rightarrow a = b + c$
- $a = d \Rightarrow a - b = d - b$
- $a = d \Rightarrow a \cdot b = d \cdot b$ og $\dfrac{a}{b} = \dfrac{d}{b}$ når $b \neq 0$

Produktregelen

– Dersom $a \cdot b = 0$ så er $a = 0$ eller $b = 0$.

Andregradsformelen

– Andregradslikningen $ax^2 + bx + c = 0$ har løsningene

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, a \neq 0$$

Høyere grads likninger

– Se om du kan faktorisere ut den ukjente

– Se om ligningen kan skrives om med en u slik den ligner andregradslikningen.

Innsettingsmetoden

– Løs én av likningene for en av variablene, sett den nye likningen inn i den andre opprinnelige ligningen.

– Kan også løse likningssett der den ene likningen er ikke-lineær med denne fremgangsmåten

Sammendrag kapittel *5 - Polynomer og ulikheter*

Ulikheter

– Løses på nesten samme måte som likninger

– Vi kan flytte ledd over på andre siden av ulikhetstegnet hvis vi også skifter fortegn på det.

$$\begin{aligned} x + 3 &> 0 \\ x &> -3 \end{aligned}$$

– Vi kan gange og dele på tall som ikke er null på begge sider

$$\begin{aligned} 3x &> 9 \\ x &> 3 \end{aligned}$$

- Hvis tallet er negativt må vi snu ulikhetstegnet

$$\begin{aligned} -3x &> 9 \\ x &< -3 \end{aligned}$$

- Ulikheter med brøk eller av grad ≥ 2 løses med fortegnslinje

Nullpunktsetningen

- Polynomet $P(x)$ har faktoren $(x - x_0)$ hvis og bare hvis $P(x_0) = 0$.

Faktorisering av andregardsuttrykk

- Dersom et andregradsuttrykk ikke har nullpunkter kan det ikke faktoriseres i førstegradsfaktorer.
- Dersom andregradsuttrykket $ax^2 + bx + c$ har nullpunktene $x = x_1$ og $x = x_2$ er

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

- Dersom andregradsuttrykket $ax^2 + bx + c$ har bare det ene nullpunktet $x = x_1$, er

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)^2$$

Sammendrag kapittel *7 - Grenseverdier og Asymptoter*

Kontinuerlige funksjoner

- En funksjon er kontinuerlig hvis grafen er ei kontinuerlig kurve.
  Funksjonen er kontinuerlig for $x = a$ hvis

$$\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$$

Grenseverdier for polynomer

- Alle polynomfunksjoner er kontinuerlige og vi kan finne grenseverdier ved innsetting

$$\lim_{x \to 1} \left(x^2 + 2x - 1\right) = \left(1^2 + 2 \cdot 1 - 1 = 2\right)$$

Grenseverdier for rasjonale uttrykk

- Dersom nevneren ikke blir null, finner vi grenseverdien ved insetting.
- Dersom teller og nevner blir null må vi forkorte. Da må vi ofte først faktorisere.
- Dersom nevneren blir null uten at telleren blir null, finnes ikke grenseverdien. Utteykket nærmer seg $\pm\infty$

Grenseverdier når $x \to +\infty$ eller $x \to -\infty$

- Hvis $P(x)$ og $Q(x)$ er to polynomer og vi skal regne ut

$$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{P(x)}{Q(x)}.$$

Må vi gange med $\frac{1}{x^n}$ der n er graden til polynomet $Q(x)$.

$$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{2x^2 + x}{x^3 + 4x^2} = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{\frac{2x^2}{x^3} + \frac{x}{x^3}}{\frac{x^3}{x^3} + \frac{4x^2}{x^3}}$$

$$= \lim_{x \to \pm\infty} \frac{\frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}}{1 + \frac{4}{x}} = \frac{0+0}{1+0} = \frac{0}{1} = 0.$$

Vertikal asymptote

- Linja $x = x_0$ er en vertikal asymptote for en funksjon $f(x)$ hvis

$$f(x) \to \pm\infty \text{ når } x \to x_0$$

Vi finner en vertikal asymptote for en brøk ved å sette nevneren lik null. og forsikre oss om at telleren ikke er null samtidig $\frac{x^2-1}{(x+2)}$ har vertikal asymptote for $x = -2$ siden $x+2 = 0 \Rightarrow x = -2$. I telleren $2^2-1 = 3 \Rightarrow \frac{3}{0}$ og vi får en asymptote.

Horisontal asymptote

- Linja y = a er en horisontal asymptote for $f(x)$ hvis

$$\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = a$$

$$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{2x^2 + 3x}{x^2 - 1} = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{\frac{2x^2}{x^2} + \frac{3x}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2} - \frac{1}{x^2}} = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{2 + \frac{3}{x}}{1 - \frac{1}{x^2}} = \frac{2+0}{1+0} = 2$$

Skrå asymptote

- Funksjonen

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{dx + g}$$

har skrå asymptote $ax + b$ og vertikal asymptote når $dx + g = 0$.

Sammendrag kapittel *11 - Logaritmer og eksponentialfunksjoner*

Den briggske logaritmen

- Den briggske logaritmen til a, dvs lg a, er det tallet vi må opphøye 10 i for å få a.

$$\boxed{10^{\lg a} = a}$$

Den naturlige logaritmen

– Den naturlige logaritmen til x, $\ln x$, er det tallet vi må opphøye e i for å få x.

$$\boxed{e^{\ln a} = a}$$

Regneregler for logaritmer

– Disse regnereglene gjelder både for naturlige og briggske logaritmer.

- $\log a^x = x \cdot \log a$
- $\log(a \cdot b) = \log a + \log b$
- $\log \dfrac{a}{b} = \log a - \log b$

Derivasjonsregler

- $(\ln x)' = \frac{1}{x}$
- $(\ln u(x))' = \dfrac{u'(x)}{u(x)}$
- $(e^x)' = e^x$
- $(e^{u(x)})' = e^{u(x)} \cdot u'(x)$

Sammendrag kapittel *15 - Ubestemte integraler*

Antiderivert

– F er den antideriverte til f hvis

$$F'(x) = f(x)$$

– Dersom $F'(x) = f(x)$, er

$$\int f(x)\mathrm{dx} = F(x) + C$$

– ! Legger til en C siden konstanten forsvinner ved derivasjon

$$\int a \cdot f(x) + b \cdot g(x)\mathrm{dx} = a \cdot F(x)b \cdot G(x) + C$$

- $\displaystyle\int x^r \mathrm{dx} = \frac{1}{r+1} x^{r+1} + C$
- $\displaystyle\int \frac{1}{x} \mathrm{dx} = \ln|x| + C$

- $\displaystyle\int \frac{1}{x+1}\mathrm{dx} = \ln|x+a| + C$
- $\displaystyle\int e^x \mathrm{dx} = e^x + C$
- $\displaystyle\int e^{kx} \mathrm{dx} = \frac{1}{k}e^x + C$
- $\displaystyle\int a^x \mathrm{dx} = \frac{1}{\ln a} \cdot a^x + C$ når $a \neq 1$

Sammendrag kapittel *16 - Bestemte integraler*

Antiderivert

– Hvis F er en antiderivert til f er

$$\boxed{\int_a^b f(x)\mathrm{dx} = F(b) - F(a) = [F(x)]_a^b}$$

Arealet mellom en graf og x-aksen

– La A være arealet av flaten avgrenset av x-aksen, funksjonen $f(x)$ og linjene $x = a$ og $x = b$.

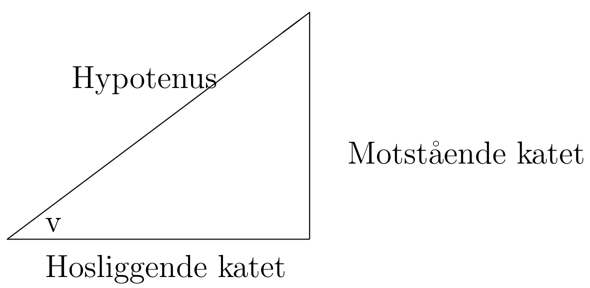
- $f(x) > 0$ mellom a og b: $A = \displaystyle\int_b^a f(x)\mathrm{dx}$
- $f(x) < 0$ mellom a og b: $A = -\displaystyle\int_b^a f(x)\mathrm{dx}$

Arealet mellom to grafer

– Hvis arealet A ligger mellom $x = a$, $x = b$ og $f(x)$ og $g(x)$, når $f(x) \geq g(x)$ mellom $x = a$ og $x = b$, er det

$$\boxed{A = \int_a^b (f(x) - g(x))\,\mathrm{dx}}$$

Sammendrag kapittel *6 - Trigonometri i grader*



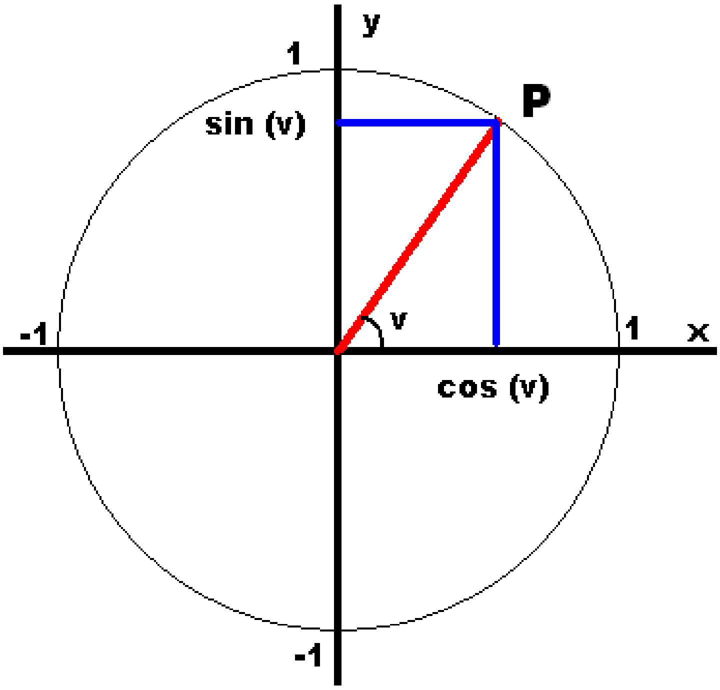
- $\sin v = \dfrac{\text{motstående katet}}{\text{hypotenus}}$
- $\cos v = \dfrac{\text{hosliggende katet}}{\text{hypotenus}}$
- $\tan v = \dfrac{\text{motstående katet}}{\text{hosliggende katet}}$

Arealsetningen

- For enhver trekant der to sider, a og b, og vinkelen v mellom de, er kjent, er arealet

$$\boxed{A = \frac{1}{2} ab \sin v}$$

Enhetssirkelen



- Punktet P har koordinatene $(\cos v, \sin v)$
- Hvis:
  - $\sin v = \sin(v + n \cdot 360°)$
  - $\cos v = \cos(v + n \cdot 360°)$

Trigonometriske formler

- For alle vinkler u og v:

- $\sin(u + v) = \sin(u)\cos(v) + \cos(u)\sin(v)$
- $\sin(u - v) = \sin(u)\cos(v) - \cos(u)\sin(v)$
- $\cos(u + v) = \cos(u)\cos(v) - \sin(u)\sin(v)$
- $\cos(u - v) = \cos(u)\cos(v) + \sin(u)\sin(v)$

- $\tan(u+v) = \frac{\tan(u)+\tan(v)}{1-\tan(u)\tan(v)}$
- $\tan(u-v) = \frac{\tan(u)-\tan(v)}{1+\tan(u)\tan(v)}$
- $\sin(2v) = 2\sin(v)\cos(v)$
- $\cos(2v) = \cos^2(v) - \sin^2(v)$
- $\tan(2v) = \frac{2\tan(v)}{1-\tan^2(v)}$
- $\cos^2(v) + \sin^2(v) = 1$
- $\cos(-v) = \cos(v)$
- $\sin(-v) = -\sin(v)$
- $\sin(90° - v) = \cos(v)$
- $\cos(90° - v) = \sin(v)$

Det er ikke nødvendig å huske tabellen over eksakte trigonometriske verdier.

Sammendrag kapittel *9 - Geometri*

Optimering

- Vi kan optimere areal, volum eller overflate ved å derivere og bruke en betingelse.

Sinussetningen

- For en trekant med vinkler A, B og C og sidene a,b og c gjelder det at

$$\boxed{\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}}$$

- Ved å ta det inverse av formelen over kan det også vises at

$$\boxed{\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}}$$

Cosinussetningen

- Hvis vi en trekant kjenner sidene b,c og den mellomliggende vinkelen v, er motstående siden a til vinkelen v gitt ved

$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos v}$$