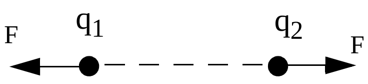
Coulombs lov



$$\boxed{\vec{F} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \cdot \hat{r}}$$, F > 0 gir frastøtning (ladninger med likt fortegn), F < 0 gir tiltrekning

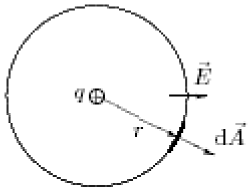
hvor $\varepsilon_0 = 8.85 \; 10^{-12}$ C^2/Nm^2 er dielektrisitetskonstanten i vakuum

$\boxed{\vec{F} = q_2 \cdot \vec{E_1}}$ definerer det elektrisk feltet $\vec{E_1}$

Det elektriske potensialet *V* defineres ved det arbeidet *W* som skal til for å flytte ladningen q_2 fra uendelig langt borte til avstanden *r*:

$$dW = -Fdr = -q_2 E(r) dr \quad \Rightarrow \quad W = -q_2 \int_{\infty}^{r} E(r) dr = q_2 V(r)$$, som gir Coulombpotensialet $\boxed{V(r) = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r}}$ fra ladningen q_1

Gauss lov

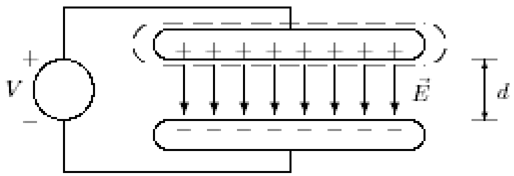


Kuleflate rundt ladning *q*. Elektrisk fluks gjennom et lite areal *dA* defineres ved $\boxed{d\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{dA}}$

For en kuleflate rundt *q* fås $\Phi_E = \int_A \vec{E} \cdot \vec{dA} = \int_\Omega \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} r^2 d\Omega = \frac{q}{\varepsilon_0}$ hvor $d\Omega = \frac{dA}{r^2}$ (romvinkel)

Gauss lov er $\boxed{Q = \sum_i q_i = \varepsilon_0 \oint_A \vec{E} \cdot \vec{dA}}$ som gjelder uansett fasong på den lukkede flaten A.

Kapasitans

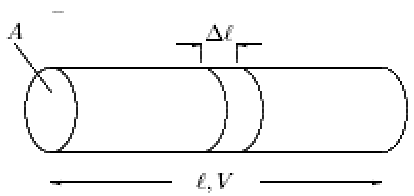


Gauss lov gir: $\boxed{Q = \varepsilon_0 \oint_A \vec{E} \cdot \vec{dA} \approx \varepsilon_0 EA = \frac{\varepsilon_0 A}{d} V = CV}$ hvor *C* er kapasitansen.

Energi for å tilføre en ladning *dQ* til kondensatoren er $dW = VdQ = CVdV$.

Elektrostatisk feltenergi blir $\boxed{W = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 (Ad)}$ hvor *Ad* er volumet

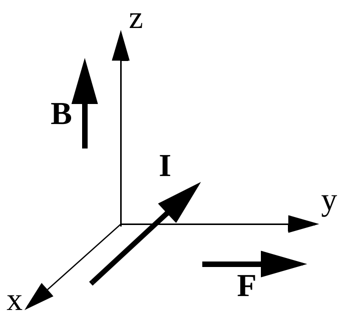
Ohms lov



Elektronene aksellereres av feltet $E = V/l$ og retarderes av en friksjonskraft grunnet støt-prosesser, slik at strømtettheten er proporsjonal med feltet: $j = \frac{I}{A} = \sigma E$, σ = konduktivitet

Ohms lov er: $\frac{I}{A} = \sigma\frac{V}{l} \Rightarrow V = \frac{l}{\sigma A}I = RI$ hvor $R = \frac{l}{\sigma A}$ er motstanden

Kraft på leder i magnetfelt



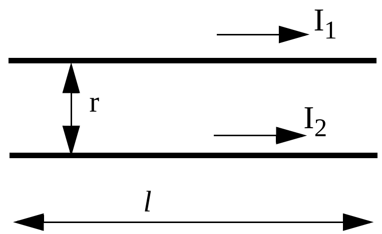
En strømleder av lengde l leder en strøm I i -x-retning. Magnetfeltet B er i +z-retning.

Kraften som virker på lederen er: $\vec{F} = I \cdot \vec{l} \times \vec{B}$ Retningen blir i dette tilfellet i +y-retning.

På differensiell form fås: $\boxed{\overrightarrow{dF} = I \cdot \overrightarrow{dl} \times \vec{B}}$

Lorentzkraften er: $\boxed{\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})}$ for en ladning som beveger seg i E- og B-felt.

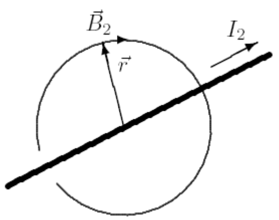
Krefter mellom strømførende ledere



Kraften som virker mellom to parallelle strømledere er gitt ved: $\boxed{\vec{F} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 I_2 l}{r} \cdot \hat{r}}$

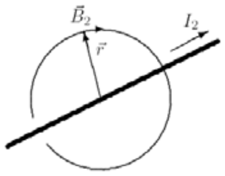
Dette ga den opprinnelige definisjonen av strømenheten Ampere.

Magnetfelt fra rett leder



Kraft på leder med strøm I_1 fra magnetfelt B loddrett på lederen er: $F = I_1 l B$. Kraft på lederen fra en annen parallell leder med strøm I_2 er: $F = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 I_2 l}{r} = I_1 l\left(\frac{\mu_0 I_2}{2\pi r}\right)$. Magnet feltet fra en leder med strøm I_2 er derfor: $\boxed{\vec{B}_2 = \mu_0 \frac{\vec{I}_2 \times \vec{r}}{2\pi r}}$ Generalisert: $\boxed{\overrightarrow{dB}_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \vec{I}_2 \frac{\overrightarrow{dl} \times \vec{r}}{r^3}}$ som er Biot-Savarts lov

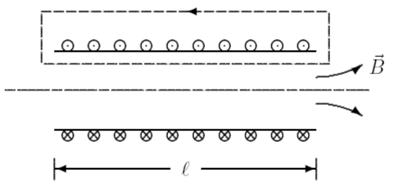
Amperes lov



Magnetfeltlinjene rundt en strømleder danner lukkede sirkler. Omløpsintegralet blir:

$$\boxed{\oint \vec{B} \cdot \vec{ds} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot I \oint \frac{r\,d\theta}{r} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot I \cdot 2\pi = \mu_0 I}$$ som er Amperes lov

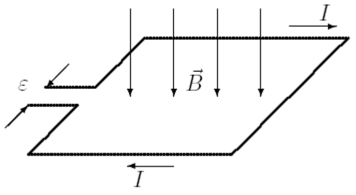
Magnetfelt i lang spole



Anvendelse av Amperes lov rundt øvre del av spolen gir:

$$\oint \vec{B} \cdot \vec{ds} = \mu_0 \sum I = N\mu_0 I$$ som gir for B-feltet inne i spolen: $\boxed{B = \frac{\mu_0 NI}{l}}$

Magnetisk induksjon

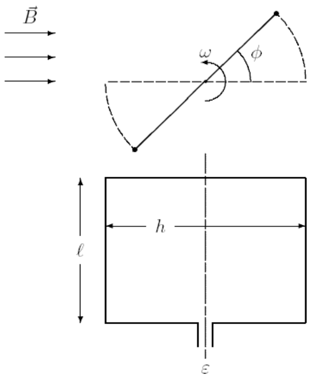


Magnetisk fluks er definert ved: $\Phi_B = \int_A \vec{B} \cdot \vec{dA}$ Indusert spenning er: $\boxed{V_{ind} = -\frac{d\Phi_B}{dt}}$ som er Faradays induksjonslov.

Lenz lov sier:

retningen på den induserte strømmen er slik at den prøver å motvirke endringen i magnetisk fluks

Generering av vekselstrøm



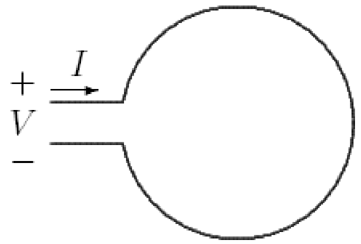
En rektangulær strømsløyfe med areal $A = l\,h$ roterer med vinkelhastighet ω.

Fluksen blir $\Phi_B = \int_A \vec{B} \cdot \vec{dA} = BA \sin \omega t$

Indusert spenning blir $V_{ind} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -BA\omega \cos \omega t$

For en spole med N viklinger fås $\boxed{V = NBA\omega \cos \omega t}$ (ser bort fra minusfortegnet)

Selvinduksjon



Strømsløyfe uten ytre *B*-felt. En strøm *I* resulterer i et *B*-felt gjennom strømsløyfen.

Hvis I er tidsvarierende vil det bli indusert en spenning over sløyfen: $V_{ind} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \propto \frac{dI}{dt}$

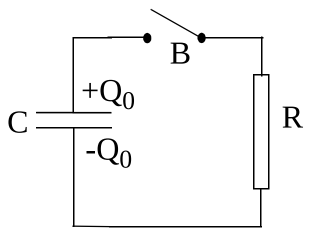
Selvinduksjonen *L* er definert ved: $\boxed{V = -L\frac{dI}{dt}}$

Betrakter så en lang rett spole med tverrsnitt *A* og lengde *l* og med *N* viklinger. Magnetfeltet har vi allerede funnet fra Amperes lov $B = \frac{\mu_0 NI}{l}$. Indusert spenning blir $V = -N\frac{d\Phi_B}{dt} = -N\mu_0 N \cdot \frac{A}{l} \cdot \frac{dI}{dt}$ som gir $\boxed{L = N^2\mu_0\frac{A}{l}}$

Lagret energi i en spole finnes ved $dW = VdQ = VIdt = L\frac{dI}{dt}Idt = LIdI$ som gir $\boxed{W = \frac{1}{2}LI^2}$

Innsatt for I og L fås $\boxed{W = \frac{1}{2}\left(N^2\mu_0\frac{A}{l}\right)\left(\frac{Bl}{\mu_0 N}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0} \cdot Al}$ som er magnetisk feltenergi, hvor *Al* er volumet.

RC krets



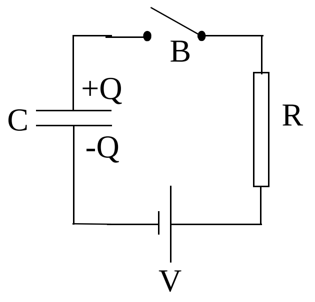
Kondensatoren er oppladet og lades ut gjennom motstanden når bryteren lukkes.

Summen av spenningsfall over kretsen er lik null: $\frac{Q}{C} + RI = \frac{Q}{C} + R\frac{dQ}{dt} = 0$ som gir

ligningen $\frac{dQ}{Q} = \frac{-1}{RC}dt$ med løsning $Q = Q_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ hvor $\tau = RC$ er tidskonstanten.

Strømmen blir $I = \frac{dQ}{dt} = \frac{Q_0}{RC}e^{-\frac{t}{\tau}}$

Opplading av kondensator



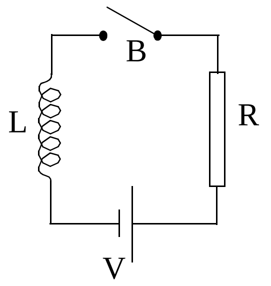
Kondensatoren lades opp av en spenningskilde:

Summen av spenningsfall over kretsen er lik påtrykt spenning: $\frac{Q}{C} + RI = \frac{Q}{C} + R\frac{dQ}{dt} = V$

Dette gir løsning $Q = VC(1 - e^{-t/\tau})$ hvor $\tau = RC$ er tidskonstanten.

Strømmen blir $I = \frac{dQ}{dt} = \frac{V}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$.

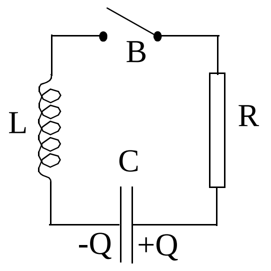
RL krets



Summen av spenningsfall over kretsen er lik påtrykt spenning: $L\frac{dI}{dt} + RI = V$

Dette gir løsning $I = \frac{V}{R}(1 - e^{-t/\tau})$ hvor $\tau = L/R$ er tidskonstanten.

LC og RLC kretser

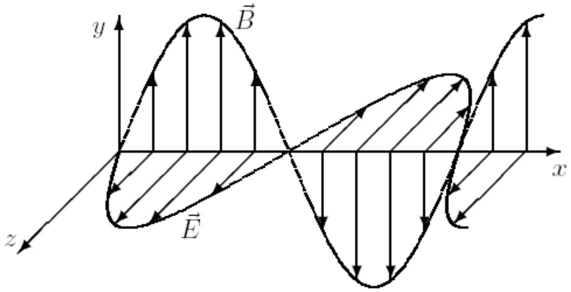


Summen av spenningsfall over kretsen er lik påtrykt spenning: $L\frac{dI}{dt} + RI + \frac{Q}{C} = 0$

Dette gir en dempet svingeligning $\boxed{L\frac{d^2Q}{dt^2} + R\frac{dQ}{dt} + \frac{1}{C}Q = 0}$ dvs. $\left(m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + kx = 0\right)$

Hvis $R = 0$ blir dette en udempet svingeligning.

Elektromagnetiske bølger



E-feltet og B-feltet oppfyller bølgeligningen:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\vec{E} - \frac{1}{\mu_0\varepsilon_0}\nabla^2\vec{E} = 0 \quad \text{og} \quad \frac{\partial^2}{\partial t^2}\vec{B} - \frac{1}{\mu_0\varepsilon_0}\nabla^2\vec{B} = 0$$

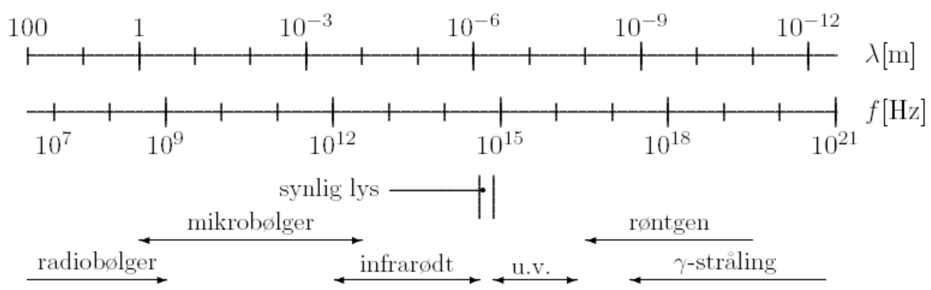
hvor bølgehastigheten $c = \sqrt{\frac{1}{\mu_0\varepsilon_0}}$ er lyshastigheten $c = 3\cdot 10^8$ m/s

For en plan bølge av form $\vec{E} = \vec{E_0}\cos(\omega t - kx + \varphi)$ fås at $\nabla^2 E = \frac{\partial^2 E}{\partial x^2}$

og vi får en "vanlig" bølgeligning.

Løsningene av bølgeligningen har egenskapene:

$$\vec{E}\perp\vec{k}$$
$$\vec{B}\perp\vec{k} \quad \text{hvor } \vec{k} = k\hat{x} \text{ er bølgevektoren for bølge i } +x\text{-retning}$$
$$\vec{E}\perp\vec{B}$$
$$|\vec{E}| = c|\vec{B}|$$



Det elektromagnetiske spektrum

Maxwells ligninger:

$$\begin{aligned}
\nabla \times \vec{E} &= -\partial\vec{B}/\partial t \\
\nabla \times \vec{B} &= \mu_0\vec{j}_c + \mu_0\epsilon_0\partial\vec{E}/\partial t \\
\epsilon_0\nabla\cdot\vec{E} &= \rho_e \\
\nabla\cdot\vec{B} &= 0
\end{aligned}$$