Newtons 2. lov: masse · akselerasjon = kraft (total ytre kraft)

Posisjon x [m]

Hastighet v_x [m/s] $\boxed{v_x = \frac{dx}{dt} \quad \Rightarrow \quad dx = v_x dt \quad \Rightarrow \quad x(t) - x(0) = \int_0^t v_x(t) dt}$

Akselerasjon a_x [m/s^2] $\boxed{a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \quad \Rightarrow \quad dv_x = a_x dt \quad \Rightarrow \quad v_x(t) - v_x(0) = \int_0^t a_x(t) dt}$

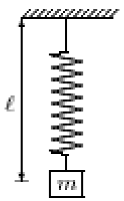
Bevegelsesmengde (impuls) p_x [kg·m/s] $\boxed{p_x = mv_x \quad \Rightarrow \quad \frac{dp_x}{dt} = F_x}$

Kastbevegelse i gravitasjonsfelt

Kraft (i x-, y- og z-retning): $F_x = 0$, $F_y = 0$, $F_z = -mg$ $\boxed{\vec{a} = \{0, 0, -g\}}$ dvs. konstant akselerasjon i negativ z-retning

Dette gir hastighet $\boxed{\begin{aligned} v_x(t) &= v_x(0) \\ v_y(t) &= v_y(0) \\ v_z(t) &= v_z(0) - gt \end{aligned}}$ og posisjon $\boxed{\begin{aligned} x(t) &= x(0) + v_x(0)t \\ y(t) &= y(0) + v_y(0)t \\ z(t) &= z(0) + v_z(0)t - \frac{1}{2}gt^2 \end{aligned}}$

Lodd som henger i spiralfjær



Fjærkraft $\boxed{F_f = -k(z - z_0)}$ hvor k = fjærkonstanten og z_0 = likevektsposisjon (uten lodd)

Med lodd med masse m blir total kraft i tyngdefeltet $\boxed{F_z = -k(z - z_0) - mg}$

Likevektsposisjonen finnes ved $F_z = 0$, som gir $\boxed{\Delta l = -(z - z_0) = \frac{mg}{k}}$ dvs. at effekten av tyngdekraften kan elimineres ved å justere nullpunktet for z-aksen.

Dermed kan vi skrive for Newtons 2. lov $\boxed{m\ddot{z} = -kz}$ hvor z har nullpunkt ved statisk likevekt med masse

Arbeid og kinetisk energi

Arbeid = kraft · vei $\boxed{dW = \vec{F} \cdot d\vec{s}}$ hvor dW er infinitesimal arbeid utført og $d\vec{s}$ er infinitesimal posisjonsendring.

Kinetisk energi til en punktmasse m er $\boxed{W_{kin} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}$

Potensiell energi og konservative krefter

Fjærkraft $F = -kx$ gir $dW = -kxdx = -d\left(\frac{1}{2}kx^2\right)$ dvs. $\boxed{W_{pot} = \frac{1}{2}kx^2}$

Tyngdekraft $F = -mg$ gir $dW = -mgdh = -d(mgh)$ dvs. $\boxed{W_{pot} = mgh}$

Gravitasjon $F = -\frac{Gm_1m_2}{R^2}$ gir $dW = -\frac{Gm_1m_2}{R^2}dR = -d\left(\frac{Gm_1m_2}{R}\right)$ dvs. $\boxed{W_{pot} = \frac{Gm_1m_2}{R}}$

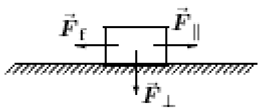
Krefter som kan avledes av et kraftpotensial V, slik at $\boxed{F_r = -\frac{\partial V}{\partial r}}$ kalles ***konservative krefter***

Eksemplene overfor gir: $F_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{2}kx^2\right)$ og $F_h = -\frac{\partial V}{\partial h} = -\frac{\partial}{\partial h}(mgh)$ og $F_R = -\frac{\partial V}{\partial R} = -\frac{\partial}{\partial R}\left(\frac{Gm_1m_2}{R}\right)$

For et system under påvirkning av konservative krefter gjelder at

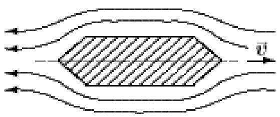
summen av kinetisk og potensiell energi er konstant $\boxed{E = \frac{1}{2}mv^2 + W_{pot} = konstant}$

Friksjonskrefter (ikke-konservative)



Statisk friksjon $F_{II} = F_f = \mu_s F_\perp$ og glidende friksjon $F_{II} > F_f = \mu_k F_\perp$

hvor μ_s er den statiske og $\mu_k < \mu_s$ er den kinetiske (glidende) friksjonskoeffisienten



Fluid friksjon hvor friksjonskraften er proporsjonal med hastigheten og motsatt rettet.

$F_f = -k_f v$, hvor k_f er en positiv friksjonskonstant

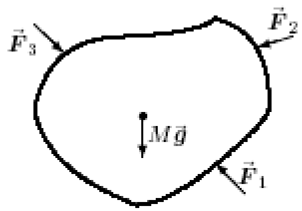
Dreiemoment τ

Dreiemoment = kraft · arm $\boxed{\vec{\tau} = \vec{l} \times \vec{F}}$ tallverdien er $\tau = l \cdot F \cdot \sin\angle(\vec{l}, \vec{F})$ og retningen er gitt av høyrehåndsregelen.
Arbeid = dreiemoment · vinkel

Massefellespunkt (= tyngdepunkt når *g* er konstant)

$$\boxed{\vec{r}_M = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{N} m_i}}$$

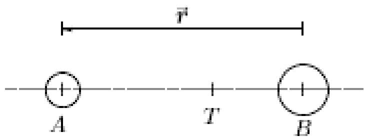
Statisk likevekt



1) akselerasjonen = 0 betyr at $\boxed{\sum_i \vec{F}_i = 0}$ translasjonslikevekt

2) vinkelakselerasjon = 0 betyr at $\boxed{\sum_i \vec{\tau}_i = \sum_i \vec{r}_i \times \vec{F}_i = 0}$ rotasjonslikevekt

Topartikkelsystemer



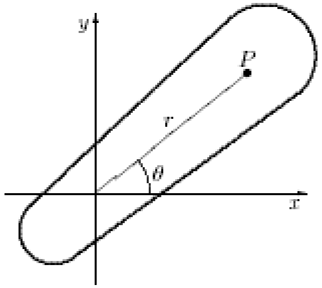
Relativkoordinat $\vec{r} = \vec{r}_A - \vec{r}_B$ og tyngdepunktskoordinat $\vec{R}_M = \dfrac{m_A}{m_A + m_B}\vec{r}_A + \dfrac{m_B}{m_A + m_B}\vec{r}_B$

Hvis total ytre kraft F_y = 0 er bevegelsesmengde P i tyngdepunkt-systemet en bevegelseskonstant:

dvs.: $\boxed{\dfrac{d\vec{P}}{dt} = 0}$ hvor $\vec{P} = (m_A + m_B)\vec{V}_M$ og $V_M = \dfrac{d\vec{R}_M}{dt}$

Bevaringslover for to-partikkel støt er: **1) total impuls er bevart i tyngdepunktssystemet**
2) total energi er bevart

Rotasjon av stive legemer



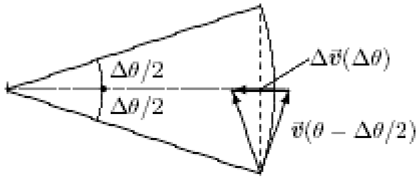
Legemet roterer om z-aksen.

Vinkelhastigheten $\omega = \frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}$ er den samme for alle punkt på legemet.

Vinkelakselerasjonen er $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \ddot{\theta}$

Rotasjonsretningen er definert som parallell til rotasjonsaksen: $\vec{\omega} = \omega\hat{e}_z$, $\vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$

hvor $\hat{e}_z$ er enhetsvektor i z-retningen (høyrehåndsregelen definerer retningen)



Banehastighet $v = r\frac{d\theta}{dt} = r\dot{\theta} = r\omega$

Radialhastighet $\Delta\vec{v}_r = \vec{v}(\theta + \Delta\theta) - \vec{v}(\theta) = -2v\sin\frac{\Delta\theta}{2} \approx -v\Delta\theta$ for små $\Delta\theta$

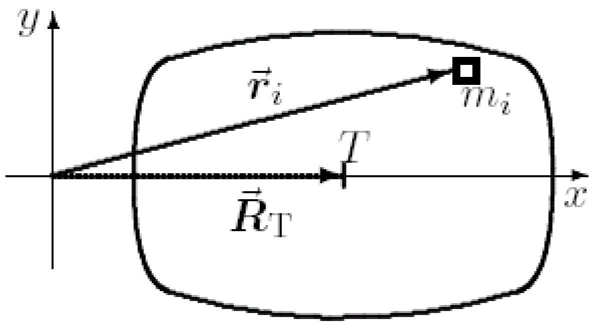
Radialakselerasjonen er $a_r = \frac{dv_r}{dt} = -v\frac{d\theta}{dt} = -v\omega$

og sentripetalkraften blir $F_r = ma_r = -mv\omega = -m\frac{v^2}{r} = -m\omega^2 r$

Rotasjonsenergien $W_k = \frac{1}{2}\sum_i m_i v_i^2 = \frac{1}{2}\sum_i m_i r_i^2 \omega^2 = \frac{1}{2}\left(\sum_i m_i r_i^2\right)\omega^2 = \frac{1}{2}I\omega^2$ hvor treghetsmomentet $I = \sum_i m_i r_i^2$

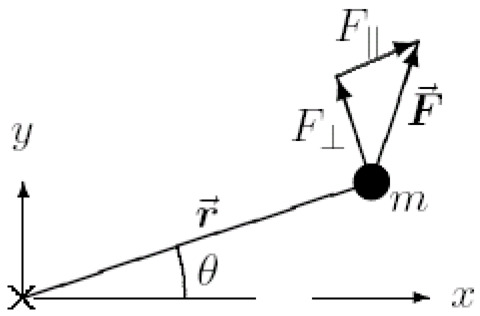
Total kinetisk energi $\boxed{W_k = \frac{1}{2}Mv_T^2 + \frac{1}{2}I_T\,\omega^2}$ når det er både translasjonsbevegelse og rotasjon om en akse gjennom tyngde-punktet. Her er $I_T = \sum_i m_i r_i^2$ treghetsmomentet om aksen gjennom tyngdepunktet og $M = \sum_i m_i$ er total masse.

Steiners sats (parallell-akse teoremet)



Treghetsmomentet om en akse som er parallell med en akse gjennom tyngdepunktet er gitt ved $\boxed{I = I_T + MR_T^2}$ (Steiners sats). Rotasjonsaksen er z-aksen.

Spinn / rotasjonsmengde / dreieimpuls



Spinnet for en punktmasse er: $\boxed{\vec{L} = \vec{r}\times m\vec{v}}$ hvor $|\vec{L}| = rmv_\perp$

Dreiemomentet er $\vec{\tau} = \vec{r}\times\vec{F} = \vec{r}\times\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(m\vec{v}) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\vec{r}\times m\vec{v}) - \frac{d\vec{r}}{dt}\times m\vec{v} = \frac{d\vec{L}}{dt}$

fordi $\frac{d\vec{r}}{dt}\times m\vec{v} = \vec{v}\times m\vec{v} = 0$

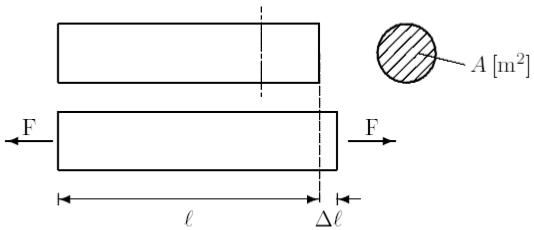
Spinnsatsen er dermed $\boxed{\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}}$

$\Rightarrow$ **hvis totalt dreiemoment τ er lik null så er spinnet L en bevegelseskonstant**

For et stivt legeme gjelder $\boxed{\vec{L} = \sum_i \vec{r}_i\times m_i\vec{v}_i = \sum_i m_i r_i^2\vec{\omega} = I\vec{\omega}}$, siden $|\vec{r}_i\times\vec{v}_i| = r_i v_{i\perp} = r_i^2\omega \quad\Rightarrow\quad \overrightarrow{r_i}\times\vec{v}_i = r_i^2\vec{\omega}$

Dermed blir **dreiemomentligningen** (rotasjonsmengdeligningen for stivt legeme) $\boxed{\vec{\tau} = I\frac{d\vec{\omega}}{dt}}$

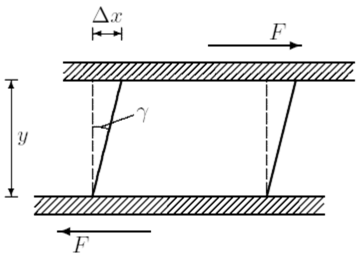
Elastisitet



Strekkelastisitet.

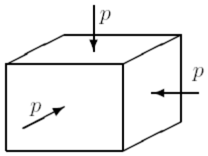
Strekkspenning $T = E\varepsilon$ (Hookes lov),
hvor E er strekk(elastisitets)modulen (også kalt Youngs modulus)
og $T = F/A$ (kraft pr. flate)
og $\varepsilon = \Delta L/L$ (tøying = relativ forlengelse)

(strekkmodulen E er av ca. 10^{11} Pa for vanlige konstruksjonsmaterialer)



Skjærelastisitet.

Skjærspenning $T = \mu\gamma$ (Hookes lov),
hvor μ er skjær(elastisitets)modulen
og $T = F/A$ (kraft pr. flate)
og $\gamma = \Delta x/y$ (skjærtøying, eller vinkeldeformasjon)



Volumelastisitet.

Trykkspenning $T = \Delta p = -B\varepsilon_V$ (Hookes lov),
hvor B volum(elastisitets)modulen
og $T = \Delta p$ er trykkspenningen
og $\varepsilon_V = \Delta V/V$ (volumtøying, eller relativ volumendring)